

Razonamiento

Matemático

# SOLUCIONARIO

## Razonamiento matemático

2.º

Editorial  
*San  
Marcos*



## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 13)

- 1 Sean los números:  $x$ ;  $x + 1$  y  $x + 2$

Según el enunciado del problema:

$$x(x + 1)(x + 2) = 15(x + 1)$$

$$x(x + 2) = 15$$

$$x(x + 2) = 3 \cdot 5$$

$$x = 3$$

∴ Número mayor:  $x + 2 = 5$

Clave E

- 2 Sean los números:  $a$ ;  $a + 1$  y  $a + 2$

Según el enunciado del problema:

$$(a) + (a + 1) = 12 + (a + 2)$$

$$2a + 1 = a + 14$$

$$a = 13$$

∴ La suma es:  $3a + 3 = 42$

Clave C

- 3 Sean los números:  $x$ ;  $x + 8$

Del enunciado del problema tenemos:

$$x + (x + 8) = 106$$

$$2x = 98$$

$$x = 49$$

∴ El producto será:  $(x)(x + 8) = 49 \times 57 = 2793$

Clave A

- 4 Sea el número:  $x$

Del enunciado del problema tenemos:

$$x - 20 = 2(x - 70)$$

$$x - 20 = 2x - 140$$

$$120 = x$$

∴ Nos piden  $x - \frac{x}{4} = \frac{3}{4}x = \frac{3}{4}(120) = 90$

Clave C

- 5 Sea: mi edad =  $x$

el doble de mi edad =  $2x$

Del enunciado del problema tenemos:

$$2x + \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x + \frac{3}{10}x + 40 = 200$$

$$\frac{20x + 5x + 4x + 3x}{10} = 160$$

$$32x = 160 \cdot 10$$

∴ Tengo:  $x = 50$  años

Clave C

- 6 Cantidad de relojes:  $x$

Costo de cada reloj:  $\frac{3}{4}x$

$$\Rightarrow (x)\left(\frac{3}{4}x\right) = 192$$

$$x^2 = \frac{4}{3} \cdot 192$$

$$x^2 = 256 \Rightarrow x = \sqrt{256}$$

∴ Compré:  $x = 16$  relojes

Clave A

- 7 Sea: Lo que tiene Elvis =  $x$

Lo que tiene Kelly =  $3x$

Del enunciado:

$$3x - 15 = x + 15$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

∴ Entre los 2 tienen:  $x + 3x = 4x = 4 \cdot 15 = 60$

Clave D

- 8 Sean los números consecutivos:

$x$  y  $x + 1$

Del enunciado tenemos:

$$(x) + (x + 1) = \frac{1}{4} \cdot x + \frac{5}{3}(x + 1)$$

Resolviendo la ecuación:

$$2x + 1 = \frac{3x + 4[5(x + 1)]}{12}$$

$$12(2x + 1) = 3x + 20(x + 1)$$

$$24x + 12 = 3x + 20x + 20$$

$$24x + 12 = 23x + 20$$

$$x = 8$$

El mayor de ellos es:  $x + 1 = 8 + 1 = 9$

Clave A

- 9 Sea: Edad de Ever =  $E$

Edad de Luis =  $L$

Del enunciado tenemos:  $E + 10 = L - 10$

$$L = E + 20$$

Además:  $2L = 3(E + 10)$

$$2L = 3E + 30$$

Finalmente tenemos:

$$\begin{array}{r} 3 \times (L = E + 20) \\ 2L = 3E + 30 \\ \hline L = 60 - 30 \end{array}$$

∴ Luis tiene:  $L = 30$  años

Clave A

- 10 Según el enunciado tenemos:

$$1.^{\text{a}} \text{ persona recibe: } \frac{1}{5}(1080) = 216$$

$$\Rightarrow \text{Quedaría } 1080 - 216 = 864$$

$$2.^{\text{a}} \text{ persona recibe: } \frac{2}{3}(864) = 576$$

$$\Rightarrow \text{Quedaría } 864 - 576 = 288$$

∴ 3.ª persona recibe el resto:  $S/.288$

Clave E

- 11 Sean los tres números:

Primer número =  $x$

Segundo número =  $\frac{1}{5} \cdot x$

Tercer número =  $x + 6$



Además, los tres números suman 72:

$$x + \frac{1}{5}x + x + 6 = 72$$

$$\frac{11}{5}x = 66$$

$$x = 30$$

$$\therefore \text{El menor número es: } \frac{1}{5}(x) = \frac{1}{5}(30) = 6$$

Clave A

12 Sean:

n.º de conejos = c

n.º de patos = p

Los conejos aportan con una cabeza y 4 patas, mientras que el pato aporta una cabeza y 2 patas.

$$\left. \begin{array}{l} 4c + 2p = 92 \\ 2 \times (c + p = 31) \end{array} \right\} -$$

$$2c = 30$$

$$c = 15 \Rightarrow p = 16$$

$$\therefore \text{La diferencia es: } p - c = 16 - 15 = 1$$

Clave C

13 Según el enunciado:

1.ª persona tiene = S/.100; gasta = x; queda = 100 - x

2.ª persona tiene = S/.40; gasta = x; queda = 40 - x

Planteando las ecuaciones según el enunciado:

$$(100 - x) = 4(40 - x)$$

$$100 - x = 160 - 4x$$

$$4x - x = 160 - 100$$

$$3x = 60$$

$$x = 20$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Le queda en conjunto} &= (100 - x) + (40 - x) \\ &= 100 - 20 + 40 - 20 \\ &= \text{S}/.100 \end{aligned}$$

Clave C

14 Tenemos:

cabeza = 9 cm

cuerpo = x

$$\text{cola} = \frac{(x - 9)}{2}$$

Además el pescado mide 60 cm:

$$\Rightarrow 9 + x + \frac{(x - 9)}{2} = 60$$

$$9 \cdot 2 + 2 \cdot x + x - 9 = 60 \cdot 2$$

$$18 + 3x - 9 = 120$$

$$3x = 111$$

$$x = 37$$

$$\therefore \text{La cola mide } \frac{(x - 9)}{2} = \frac{(37 - 9)}{2} = 14 \text{ cm}$$

Clave B

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 15)

1  $\frac{2}{3}N = 60$

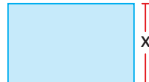
$$2N = 180$$

$$N = 90$$

Clave A

2

$$3x - 4$$



$$\text{Dato: } 2(3x - 4) + 2x = 64$$

$$6x - 8 + 2x = 64$$

$$8x = 72$$

$$x = 9$$

$$\therefore \text{Largo: } 3x - 4 = 3(9) - 4 = 23 \text{ cm}$$

Clave D

3 1.º lado: 2x

2.º lado: x

3.º lado: 3x - 6

$$\text{Por dato: } 2x + x + 3x - 6 = 162$$

$$6x = 168$$

$$x = 28$$

$$\therefore 3.º \text{ lado: } 3x - 6 = 3(28) - 6 = 78 \text{ m}$$

Clave A

4 Peso del paquete: x

$$\text{Por dato: } 3 + x(0,80) = 17,40$$

$$x = 18$$

$$\therefore \text{El paquete pesó 18 kg.}$$

Clave B

5 Horas alquiladas en total: x

$$\text{Por dato: } 400(12) + 8x = 7680$$

$$x = 360$$

Clave E

6 Omar: x

$$\text{Javier: } \frac{x}{3}$$

$$\text{Andrés: } \frac{3x}{2}$$

$$\text{Por dato: } x + \frac{x}{3} + \frac{3x}{2} = 17; x = 6$$

$$\therefore \text{Javier: } \frac{6}{3} = 2 \text{ horas}$$

Clave C

7

$$\begin{array}{l} (y + 3) \\ 1.^\circ \quad 32 \quad \xrightarrow{\quad} \quad 32 - y - 3 = 29 - y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \left( \frac{29 - y}{2} \right) \\ 2.^\circ \quad 29 - y \quad \xrightarrow{\quad} \quad \left( \frac{29 - y}{2} \right) \end{array}$$



Por dato:

$$\frac{29 - y}{2} = 10$$

$$9 = y$$

En la primera extracción:  $y + 3 = 9 + 3 = 12$

Clave C

8  $5 + [3 - (x - 2)] = 2 - (x + 3) + 2x$   
 $5 + 3 - x + 2 = 2 - x - 3 + 2x$   
 $11 = 2x$   
 $5,5 = x$

Clave C

9 Sean los numeros:

$a + 1$ ;  $a + 2$ ;  $a + 3$  y  $a + 4$

Por dato:

$$\frac{a + 3 + a + 4}{3} = (a + 1 + a + 2) - 10$$

$$a = 7$$

$$\therefore a + 1 + a + 2 + a + 3 + a + 4 = 4a + 10 = 4(7) + 10 = 38$$

Clave D

## NIVEL 2 (página 16)

10 n.º de monedas de S/.5: x  
 n.º de monedas de S/.1: y

Por dato:

$$x + y = 30 \quad \dots (1)$$

También:

$$5x + y = 78 \quad \dots (2)$$

Restamos (2) y (1):

$$\begin{array}{r} 5x + y = 78 \\ x + y = 30 \\ \hline 4x = 48 \\ x = 12 \end{array}$$

Clave B

11 O: ovejas

B: bueyes

V: vacas

C: cabras

$$O + B = 30 \quad \dots (1)$$

$$B + V = 50 \quad \dots (2)$$

$$V + O = 40 \quad \dots (3)$$

$$V + C = 70 \quad \dots (4)$$

Restamos (3) y (1):

$$\begin{array}{r} O + V = 40 \\ O + B = 30 \\ \hline \end{array}$$

$$V - B = 10$$

Restamos (2) y (4):

$$\begin{array}{r} V + C = 70 \\ B + V = 50 \\ \hline \end{array}$$

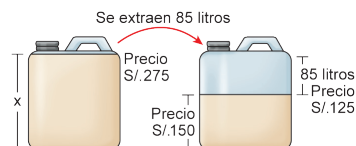
$$(V - B) + (C - V) = 20$$

$$10 + (C - V) = 20$$

$$C - V = 10$$

Clave E

12



$$\Rightarrow 85 \text{ litros} \xrightarrow{x} \text{S/. 125}$$

$$x = \frac{85(275)}{125}$$

$$x = 187 \text{ litros}$$

Clave C

13 n.º de pasajeros al final: 50

$$\text{Total de pasajeros que subieron: } \frac{300}{5} = 60$$

n.º de pasajeros que bajaron:

$$60 - 50 = 10$$

Por cada pasajero que baja, suben 2, entonces si bajaron 10, subieron 20 pasajeros.

n.º de pasajeros al inicio: x

$$\Rightarrow x - 10 + 20 = 50$$

$$x = 40$$

Clave B

14 Total de días de trabajo: y

$$\text{Primer obrero: } (x + 2)y = 240$$

$$\text{Segundo obrero: } (x)y = 210$$

$$\frac{240}{x + 2} = \frac{210}{x}$$

$$240x = (x + 2)210$$

$$8x = 7x + 14$$

$$x = 14$$

Ganancias diarias:

$\therefore$  Primer obrero: S/.16

Segundo obrero: S/.14

Clave E

15 Sea:

x: n.º monedas de 5

y: n.º billetes de 10

Por dato:

$$x + y = 28$$

$$x = 28 - y \quad \dots (1)$$





También:

$$5x + 10y = 205 \quad \dots(2)$$

(1) en (2):

$$5(28 - y) + 10y = 205$$

$$140 - 5y + 10y = 205$$

$$5y = 65$$

$$y = 13$$

$$\therefore x = 15 \wedge y = 13$$

Clave A

16 Total de días transcurridos: x

Por dato:

$$250\,000 + 30x = 2(100\,000 + 25x)$$

$$250\,000 + 30x = 200\,000 + 50x$$

$$50\,000 = 20x$$

$$2500 = x$$

Clave A

17 Cantidad:

$$1.^\circ \frac{2}{3}(x - 500) + 400$$

$$2.^\circ \frac{2}{3}(x - 500)$$

$$3.^\circ x - 500$$

$$4.^\circ x$$

$$\frac{2}{3}(x - 500) + 400 + \frac{2}{3}(x - 500) + (x - 500) + x = 2800$$

$$\frac{4(x - 500)}{3} + x + x - 100 = 2800$$

$$\frac{4x - 2000}{3} + 2x = 2900$$

$$4x - 2000 + 6x = 8700$$

$$10x = 10\,700$$

$$x = 1070$$

La menor cantidad:

$$\frac{2}{3}(x - 500) = \frac{2}{3}(1070 - 500) = S/.380$$

Clave C

18 n.º total de huevos: 18x

Por dato:

$$\left[ 18x - \left( \frac{2}{9}(18x) - 5 \right) \right] + 37 = 18x + \frac{1}{6}(18x)$$

$$18x - 4x + 5 + 37 = 21x$$

$$42 = 7x$$

$$x = 6$$

$$\Rightarrow \text{Total de huevos: } 18(6) = 108 \text{ huevos}$$

Clave E

19 n.º total de ladrillos: x

$$120 \left( \frac{x - 15\,000}{100} \right) - 360\,000 = 12\%(360\,000)$$

$$x - 15\,000 = 336\,000$$

$$x = 351\,000$$

Clave A

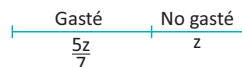
20 Caso 1:



$$\Rightarrow \frac{2y}{3} + y = 120$$

$$y = 72$$

Caso 2:



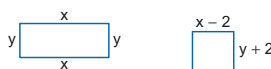
$$\Rightarrow \frac{5z}{7} + z = 120$$

$$z = 70$$

$$\therefore \frac{5z}{7} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{7}(70) - \frac{2}{3}(72) = 2$$

Clave C

21



Por dato:

$$2x + 2y = 56$$

$$x + y = 28 \quad \dots(1)$$

También:

$$x - 2 = y + 2$$

$$x - y = 4 \quad \dots(2)$$

De (1) y (2):

$$x = 16 \wedge y = 12$$

Clave B

22 Sea: x: el precio del cuadro

y: el precio del marco

Del enunciado tenemos:

$$x + y = 240$$

$$x + \frac{y}{2} = 180$$

$$y - \frac{y}{2} = 60$$

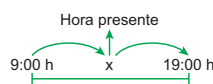
$$y = 120; x = 120$$

$\therefore$  El precio del cuadro es S/.120.

Clave D

### NIVEL 3 (página 17)

23



$$\frac{x - 9}{2} = \frac{1}{3}(19 - x)$$

$$3x - 27 = 38 - 2x$$

$$5x = 65$$

$$x = 13$$

$\therefore$  13:00 h

Clave B



- 24** Sean:  $x - 1$ ;  $x$  y  $x + 1$

Por dato:

$$\left[ \frac{3}{5}(x-1) + \frac{1}{3}(x+1) \right] - \frac{x}{2} = 11$$

$$\left[ \frac{9(x-1) + 5(x+1)}{15} \right] - \frac{x}{2} = 11$$

$$\frac{9x - 9 + 5x + 5}{15} - \frac{x}{2} = 11$$

$$\frac{14x - 4}{15} - \frac{x}{2} = 11$$

$$28x - 8 - 15x = 11 \times 30$$

$$13x = 338$$

$$x = 26$$

$$\therefore (x-1) + x + (x+1) = 3x = 3(26) = 78$$

Clave A

- 25** Yo:  $x$

Tú:  $2x$

$$\text{Él: } 2x + 2(2x) = 6x$$

Por dato:

$$9x = 2(2x) + 35$$

$$5x = 35$$

$$x = 7$$

$$\therefore \text{Tú tienes: } 2(7) = S/.14$$

Clave B

- 26** Pagaron:  $8 - x$

No pagaron:  $x$

Por dato:

$$(8-x)\left(\frac{200}{8} + 15\right) = 200 \Rightarrow x = 3$$

Clave A

- 27** Evelyn:  $2x - 250$

Sonia:  $x$

Por dato:

$$(2x - 250) + x = 950$$

$$3x = 1200$$

$$x = 400$$

Clave A

- 28** Sea:  $2n + 1$  y  $2n + 3$

Por dato:

$$(2n+1)^2 + (2n+3)^2 = 290$$

$$4n^2 + 4n + 1 + 4n^2 + 12n + 9 = 290$$

$$8n^2 + 16n + 10 - 290 = 0$$

$$8n^2 + 16n - 280 = 0$$

$$n^2 + 2n - 35 = 0$$

$$(n+7)(n-5) = 0$$

$$\Rightarrow n = 5$$

$$\therefore (2n+1) + (2n+3) = 4n+4 = 4(5)+4 = 24$$

Clave C

- 29** V: precio de una vaca

C: precio de un caballo

D: precio de un cerdo

Por dato:

$$V = 120 + C$$

$$10D = 8C \Rightarrow D = \frac{4}{5}C$$

$$5V + 7C + 8D = 1520$$

$$5(120 + C) + 7C + 8\left(\frac{4}{5}C\right) = 1520$$

$$600 + 5C + 7C + \frac{32}{5}C = 1520$$

$$C = 50$$

$$V = 120 + 50 = 170$$

$$D = \frac{4}{5}(50) = 40$$

$$\therefore V + C + D = S/.260$$

Clave D

- 30** Sea:  $x$ : n.º de autos

Por dato:

$$30 + 6(x-5) = 5(6) + 4(x-5) + 10$$

$$6x = 30 + 4x - 20 + 10$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

$\therefore$  Hicieron la excursión:

$$5(6) + 4(10-5) = 50 \text{ personas}$$

Clave E

- 31** Sean: P: peso de un pato

B: peso de un pollo

N: peso de un pavo

Por dato:

$$2P + 3B = 14 \quad \dots(1)$$

$$3P + 2B = 16 \quad \dots(2)$$

Resolviendo (1) y (2):  $P = 4$

$$\text{Entonces: } N = 2P = 2(4) = 8 \text{ kg}$$

Clave B

- 32** N: n.º total de fichas

$x$ : n.º de fichas por lado

Por dato:

$$x(x) + 8 = (x+1)(x+1) - 23$$

$$31 = x^2 + 1 + 2x - x^2$$

$$30 = 2x$$

$$15 = x$$

$$\therefore N = 15(15) + 8 = 233$$

Clave B

- 33**  $A + B = 9$

$$A^2 + B^2 = 53$$

$$\text{Sabemos: } (A+B)^2 + (A-B)^2 = 2(A^2+B^2)$$

$$9^2 + (A-B)^2 = 2(53)$$

$$(A-B)^2 = 25$$

$$A-B = 5$$

Clave B



**34** Sea el número:  $\overline{ab}$

Por dato:  $a + b = 5 \quad \dots(1)$

También:

$$\overline{ba} + 9 = \overline{ab}$$

$$10b + a + 9 = 10a + b$$

$$9 = 9a - 9b$$

$$1 = a - b \quad \dots(2)$$

De (1) y (2):

$$a = 3 \wedge b = 2$$

$$\therefore \overline{ab} + 11 = 32 + 11 = 43$$

Clave C

**35** Sean:

n.º de libros:  $x + 2$

n.º de plumas:  $x$

Por dato:

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+2} = 1$$

$$40x + 80 - 40x = x^2 + 2x$$

$$0 = x^2 + 2x - 80$$

$$0 = (x - 8)(x + 10)$$

$$\Rightarrow x = 8$$

Por lo tanto:

$$n.º \text{ de libros: } x + 2 = 8 + 2 = 10$$

$$\text{Precio de cada libro: } \frac{40}{x+2} = \frac{40}{10} = S/.4$$

Clave A

**36** Por dato:

Jessica	Juana
$2x$	$x$

Préstamo:  $x + 6$

Queda:  $x - 6 \quad 2x + 6$

$$\Rightarrow 2x + 6 = 3(x - 6)$$

$$2x + 6 = 3x - 18 \Rightarrow 24 = x$$

A Jessica le quedan:

$$x - 6 = 24 - 6 = S/.18$$

Clave C

**37** Total de libros comprados:  $x$

Por dato:

Precio unitario de compra:  $\frac{6}{5}$

Precio unitario de venta:  $\frac{9}{4}$

n.º de libros con que se queda:  $\frac{x}{3}$

Total de libros vendidos:  $\frac{2x}{3}$

Sabemos:

$$P_v = P_c + G$$

$$\frac{9}{4} \left( \frac{2x}{3} \right) = \frac{6x}{5} + 9$$

$$\frac{3x}{10} = 9$$

$$x = 30$$

Clave D

**38** Jornal diario del padre:  $p$

Jornal diario del hijo:  $h$

$$\text{Por dato: } 14p + 24h = 118 \quad \dots(1)$$

$$21p + 19h = 143 \quad \dots(2)$$

Resolviendo (1) y (2):

$$p = 5 \wedge h = 2$$

$$\therefore p - h = 5 - 2 = S/.3$$

Clave A

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 23)

1 Actualmente:

$$E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_{10} = 390$$

Hace 5 años:

$$P = (E_1 - 5) + (E_2 - 5) + (E_3 - 5) + \dots + (E_{10} - 5)$$

$$P = (E_1 + E_2 + \dots + E_{10}) - 5 \cdot 10$$

$$P = 390 - 50$$

∴ La suma era 340 años.

Clave C

2 Sean las edades:

Ana:  $(x - 5)$  años

Alejandra:  $x$  años

Del enunciado del problema

$$2(x - 5) + \frac{3}{4}x = 67$$

$$8(x - 5) + 3x = 67 \cdot 4$$

$$8x - 40 + 3x = 268$$

$$8x + 3x = 268 + 40$$

$$11x = 308$$

$$x = 28$$

∴ Ana tiene:  $x - 5 = 28 - 5 = 23$  años

Clave B

3 Sea  $x$  la edad actual del padre.

	Presente	Dentro de 4 años
Padre	$x$	$x + 4$
Hijo	$\frac{3}{7}x$	$\frac{3}{7}x + 4$

Del enunciado:

$$\frac{x + 4}{2} = \frac{3}{7}x + 4$$

$$7x + 28 = 6x + 56$$

$$x = 28$$

∴ La edad del hijo es:  $\frac{3}{7}(28) = 12$  años

Clave D

4 Sea:  $x$  la edad actual

	Hace 9 años	Presente	Dentro de 4 años
Yo	$x - 9$	$x$	$x + 4$

Del enunciado del problema:

$$3(x + 4) + 4(x - 9) = 6x$$

$$3x + 12 + 4x - 36 = 6x$$

$$7x - 6x = 36 - 12$$

$$x = 24$$

∴ Tengo:  $x = 24$  años

Clave E

5 Sea  $x$  la edad actual.

	Hace 10 años	Presente	Dentro de 8 años
Yo	$x - 10$	$x$	$x + 8$

Del enunciado:

$$x - 10 = \frac{1}{2}(x + 8)$$

$$2x - 20 = x + 8$$

$$x = 28$$

⇒

	Hace 8 años	Presente	Dentro de $x$ años
Yo	20	28	$28 + x$

Del enunciado

$$2(20) = 28 + x \Rightarrow x = 12$$

∴ Dentro 12 años.

Clave A

6

	Hace 6 años	Presente	Dentro de 4 años
Tío	$8x$	$8x + 6$	$8x + 6 + 4$
Sobrino	$x$	$x + 6$	$x + 6 + 4$

Del enunciado:

$$8x + 10 = 3(x + 10)$$

$$8x + 10 = 3x + 30$$

$$5x = 30 - 10$$

$$x = 4$$

∴ La suma de edades es:

$$(8x + 6) + (x + 6) = 32 + 6 + 4 + 6 = 48 \text{ años}$$

Clave D

7 Sea  $x$  la edad actual de Jesús.

	Hace 55 años	Presente	Dentro de 6 años
Jesús	$x - 55$	$x$	$x + 6$

Del enunciado:

$$x - 55 = \frac{x}{6}$$

$$6x - 330 = x$$

$$5x = 330$$

$$x = 66$$

∴ Dentro de 6 años:  $66 + 6 = 72$  años

Clave D



8

	Hace 8 años	Presente
Jorge	$x - 3$	$x + 5$
Javier	$x$	$x + 8$

Del enunciado:

$$x + 5 + x + 8 = 27$$

$$2x + 13 = 27$$

$$2 \cdot x = 14$$

$$x = 7$$

$$\therefore \text{Javier tiene: } x + 8 = 7 + 8 = 15 \text{ años}$$

Clave C

9 Sea  $x$  la edad actual que tengo.

	Hace 5 años	Presente	Dentro de 5 años
Yo	$x - 5$	$x$	$x + 5$

Del enunciado tenemos:

$$x - 5 = \frac{2}{3}(x + 5)$$

$$3(x - 5) = 2(x + 5)$$

$$3x - 15 = 2x + 10$$

$$x = 25$$

$$\therefore \text{Dentro de 5 años tendré: } x + 5 = 25 + 5 = 30 \text{ años}$$

Clave B

10 Sean:  $x$ : la edad actual de mi hermano.  
 $y$ : la edad actual que tengo.

	Hace 3 años	Presente
Hermano	$x - 3$	$x$
Yo	$y - 3$	$y$

Del enunciado tenemos:

$$3x = 2y \quad \dots(1)$$

$$3(x - 3) = y - 3$$

$$3x - 9 = y - 3 \quad \dots(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$2y - 9 = y - 3$$

$$\therefore \text{Yo tengo: } y = 6 \text{ años}$$

Clave A

11 Sea  $x$  la edad actual de José.

Del enunciado tenemos:

$$3(x + 3) - 3(x - 3) = x$$

$$3x + 9 - 3x + 9 = x$$

$$18 = x$$

$$\therefore \text{Actualmente tengo 18 años.}$$

Clave C

12 Sea  $x$  mi edad actual.

Del enunciado tenemos:

$$2x - 13 = 50 - x$$

$$3x = 63$$

$$x = 21$$

$$\Rightarrow \text{El doble de lo que tenía hace 5 años es: } 2(21 - 5) = 32$$

$$\therefore \text{Lo que me falta para cumplir 32 es: } 32 - 21 = 11 \text{ años}$$

Clave D

13

	Pasado	Presente	Futuro
Juana	$y - 3$	$x + 5$	$49 - 2(x + 5)$
Milagros	$x$	$y$	$2(x + 5)$

Del enunciado tenemos:

$$x + 5 + 2(x + 5) = 49 - 2(x + 5) + y$$

$$5(x + 5) = 49 + y$$

$$5x + 25 = 49 + y$$

$$5x = 24 + y$$

$$y = 5x - 24 \quad \dots(1)$$

$$y - 3 + y = x + x + 5$$

$$2y = 2x + 8$$

$$y = x + 4 \quad \dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$x + 4 = 5x - 24$$

$$28 = 4x$$

$$x = 7$$

$$\therefore \text{Juana tiene actualmente: } x + 5 = 7 + 5 = 12 \text{ años}$$

Clave C

14 Del enunciado tenemos:

$$\text{Frida: } x + 7 + 5 + 20$$

$$\text{Primer hijo: } x + 7 + 5$$

$$\text{Segundo hijo: } x + 7$$

$$\text{Tercer hijo: } x$$

$$\Rightarrow x + 32 + x + 12 + x + 7 + x = 83$$

$$4x + 51 = 83$$

$$x = 8$$

$$\Rightarrow \text{La edad de Frida: } x + 32 = 40$$

$$\therefore \text{Frida nació en: } 1996 - 40 = 1956$$

Clave D



## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 25)

1

Pasado	Presente	Futuro
$x - 3$	$x$	$x + 21$

Por dato:

$$x - 3 = \frac{x + 21}{4}$$

$$4x - 12 = x + 21$$

$$3x = 33$$

$$x = 11$$

Además:

$$11 + y = 3(5)$$

$$y = 4$$

Clave B

2 Sea  $x$  la edad actual de Andrés.

	Hace 3 años	Presente	Dentro de 3 años
Andrés	$x - 3$	$x$	$x + 3$

Del enunciado tenemos:

$$\frac{1}{3}(x + 3) - \frac{1}{3}(x - 3) = \frac{x}{9}$$

$$\frac{x + 3 - x + 3}{3} = \frac{x}{9}$$

$$x = 18$$

∴ La edad de Andrés es 18 años.

Clave D

3 Sea  $(x - 5)$  mi edad actual.

	Presente	Dentro de 5 años
Yo	$x - 5$	$x$
Tú	$x$	$x + 5$

Del enunciado tenemos:

$$x + x + 5 = 55$$

$$2x = 50$$

$$x = 25$$

∴ Mi edad es:  $25 - 5 = 20$  años

Clave E

4 Sea  $(x + 4)$  la edad actual de Luz.

	Hace 4 años	Presente
César	$6x$	$6x + 4$
Luz	$x$	$x + 4$

Del enunciado tenemos:

$$6x + 4 = 4(x + 4)$$

$$6x + 4 = 4x + 16$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

∴ Luz tiene:  $6 + 4 = 10$  años

Clave A

5 Sea  $x$  la edad actual de la hermana.

	Hace 4 años	Presente	Dentro de 4 años
Hermana	$x - 4$	$x$	$x + 4$

Del enunciado tenemos:

$$3(x + 4) - 3(x - 4) = 2x$$

$$3x + 12 - 3x + 12 = 2x$$

$$24 = 2x$$

$$x = 12$$

∴ Mi hermana tiene 12 años.

Clave B

6 Sea  $x$  la edad actual de Toño.

	Hace 10 años	Presente	Dentro de 10 años
Toño	$x - 10$	$x$	$x + 10$

Del enunciado tenemos:

$$\frac{x}{2} = (x + 10) - (x - 10)$$

$$\frac{x}{2} = 20$$

$$x = 40$$

∴ Toño tiene 40 años.

Clave C

7 Sea  $x$  la edad actual del tío Juan.

	Hace 5 años	Presente	Dentro de 5 años
Tío Juan	$x - 5$	$x$	$x + 5$

Del enunciado tenemos:

$$2(x + 5) - 2(x - 5) = x$$

$$2x + 10 - 2x + 10 = x$$

$$x = 20$$

∴ El tío Juan tiene 20 años.

Clave E

8 Sea  $x$  la edad del primo.

	Hace 10 años	Presente	Dentro de 5 años
Primo	$x - 10$	$x$	$x + 5$



Del enunciado tenemos:

$$4(x + 5) - 4(x - 10) = x$$

$$4x + 20 - 4x + 40 = x$$

$$x = 60$$

∴ El primo tiene 60 años.

Clave D

- 9 Sea  $x$  la edad del hijo y  $3x$  la edad del padre.

Del enunciado tenemos:

$$x + 3x = 60$$

$$4x = 60$$

$$x = 15$$

∴ El padre tiene:  $3 \cdot 15 = 45$  años

Clave E

- 10 Sea  $(x + 20)$  la edad del hijo.

	Hace 20 años	Presente
Padre	$6x$	$6x + 20$
Hijo	$x$	$x + 20$

Del enunciado tenemos:

$$6x + 20 = 2(x + 20)$$

$$6x + 20 = 2x + 40$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

∴ El hijo tiene:  $5 + 20 = 25$  años

Clave C

## NIVEL 2 (página 26)

11

	Pasado	Presente	Futuro
Ana	$b - 3$	$a + 5$	$49 - 2(a + 5)$
Carmen	$a$	$b$	$2(a + 5)$

$$2b - 3 = 2a + 5$$

$$b = a + 4 \quad \dots(1)$$

$$2a + 10 + a + 5 = 49 - 2a - 10 + b$$

$$5a = 24 + b \quad \dots(2)$$

De (1) y (2):

$$5a = 24 + a + 4$$

$$a = 7$$

∴ Ana tiene:  $a + 5 = 7 + 5 = 12$  años

Clave B

12

	1990	1998	2003
Alex	$4x$	$4x + 8$	$4x + 13$
Beto	$x$	$x + 8$	$x + 13$

$$4x + 8 = 2(x + 8)$$

$$4x + 8 = 2x + 16$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

Edad actual de Beto:

$$x + 13 = 4 + 13 = 17$$

Clave B

13

	Pasado	Presente	Futuro
Martín	$4x - x$	$4x$	$4x + 15$
José	0	$x$	$x + 15$

Por dato:

$$4x + 15 = \frac{7}{4}(x + 15)$$

$$16x + 60 = 7x + 105$$

$$9x = 45 \Rightarrow x = 5$$

⇒ Cuando José nació Martín tenía:

$$4x - x = 3(5) = 15 \text{ años}$$

Clave A

- 14 Año de nacimiento:  $\overline{19ab}$

Edad actual:  $x$

$$(\overline{19ab} + 15) + (\overline{19ab} + 20) - (\overline{19ab} + \overline{19ab} + x) = 17$$

$$\overline{19ab} + \overline{19ab} + 35 - \overline{19ab} - \overline{19ab} - x = 17$$

$$35 - x = 17$$

$$x = 18$$

Clave C

- 15 Suma de la edad de los hijos:  $a + b$

Edad del padre:  $c$

$$c = 2(a + b) \quad \dots(1)$$

$$c - 6 = 3(a + b - 12) \quad \dots(2)$$

De (1) y (2):

$$c - 6 = 3a + 3b - 36$$

$$2a + 2b - 6 = 3a + 3b - 36$$

$$30 = a + b$$

Piden:

$$c + x + a + b + 2x = 2(c)$$

$$3x + c + a + b = 2c$$

$$3x + 30 = c$$

$$3x + 30 = 60$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

Clave A

- 16 Sea  $x$  la edad actual del mayor.

	Presente	Dentro de 10 años
Mayor	$x$	$x + 10$
Menor	$48 - x$	$48 - x + 10$





Del enunciado tenemos:

$$x + 10 - (48 - x + 10) = 16$$

$$x + 10 - 48 + x - 10 = 16$$

$$2x = 64$$

$$x = 32$$

∴ La edad del mayor es 32 años.

Clave D

- 17 Sea  $(x + 8)$  la edad actual del mayor.

	Presente	Dentro de 10 años
Mayor	$x + 8$	$x + 8 + 10$
Menor	$x$	$x + 10$

Del enunciado tenemos:

$$x + 8 + 10 + x + 10 = 82$$

$$2x + 28 = 82$$

$$2x = 54$$

$$x = 27$$

∴ La edad del mayor es:  $27 + 8 = 35$  años

Clave E

- 18 Sea  $3x$  la edad actual de Teresa.

	Pasado	Presente
María	$3x$	30
Teresa	$x$	$3x$

$$3x - x = 30 - 3x$$

$$x = 6$$

∴ Teresa tiene:  $3(6) = 18$  años

Clave C

- 19 Sea  $(x + 20)$  la edad actual del sobrino.

	Hace 20 años	Presente
Tío	$4x$	$4x + 20$
Sobrino	$x$	$x + 20$

Del enunciado tenemos:

$$4x + 20 = 2(x + 20)$$

$$4x + 20 = 2x + 40$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

∴ El sobrino dentro de 5 años tendrá:  $30 + 5 = 35$  años

Clave D

- 20 Sea  $9y$  la edad actual de Pepe.

	Pasado	Presente
Carlos	$6y$	52
Pepe	$2y$	$9y$

$$6y - 2y = 52 - 9y$$

$$4y = 52 - 9y$$

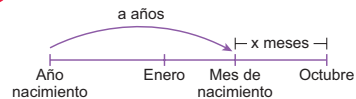
$$y = 4$$

∴ Pepe tiene:  $9 \cdot 4 = 36$  años

Clave A

### NIVEL 3 (página 27)

21



$$a + (12a + x) = 398$$

$$13a + x = 398; x < 12$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 30 & 8 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{octubre} & \text{meses} \\ 10 & - & 8 = 2 <> \text{febrero} \end{matrix}$$

∴ Nació en el mes de febrero.

Clave C

22

	Pasado	Presente	Futuro
Ana	$2y$	$2x$	$63 - 2x$
Luz	$x$	$2y$	$2x$

$$2y + 2y = x + 2x$$

$$4y = 3x \quad \dots(1)$$

$$2x + 2x = (63 - 2x) + 2y$$

$$6x = 63 + 2y \quad \dots(2)$$

(1) en (2):

$$6x = 63 + 2\left(\frac{3x}{4}\right)$$

$$9x = 126$$

$$x = 14 \Rightarrow 2y = 21$$

∴ Piden:  $2y - x = 21 - 14 = 7$  años

Clave B

$$23 \quad \frac{a-2}{3} = \frac{b-2}{4} = \frac{c-2}{5} \quad \dots(1)$$

$$\frac{a+2}{5} = \frac{b+2}{6} = \frac{c+2}{7} \quad \dots(2)$$

De (1):

$$4a - 8 = 3b - 6$$

$$4a - 3b = 2 \quad \dots(3)$$

De (2):

$$6a + 12 = 5b + 10$$

$$6a - 5b = -2 \quad \dots(4)$$

Resolviendo (3) y (4):

$$a = 8 \text{ años}$$

Clave A



24

	2 años	b años	
Hace y años	Pasado	Presente	Futuro
$a + 2 - y$	$a$	$a + 2$	$a + 2 + b$
	y años		

Por dato:

$$a + 2 - y = \frac{a + 2 + b}{3}$$

$$a + 2 - \frac{a + 2 + b}{3} = y$$

$$\frac{3a + 6 - a - 2 - b}{3} = y$$

$$\frac{2a - b + 4}{3} = y$$

Clave C

25 Sea  $3x$  la edad de Juana.

	Pasado	Presente	
Milagros	$3x$	35	(-) Constante
Juana	$x$	$3x$	

$$3x - x = 35 - 3x$$

$$5x = 35$$

$$x = 7$$

∴ Juana tiene:  $3 \cdot (7) = 21$  años

Clave E

26 Sea  $x$  la edad actual de David.

Del enunciado tenemos:

$$2x - 17 = 100 - x$$

$$3x = 117$$

$$x = 39$$

∴ David tiene 39 años.

Clave C

27 Sea  $x$  la edad actual de Pepe.

	Hace 3 años	Presente	Dentro de 3 años
Pepe	$x - 3$	$x$	$x + 3$

Del enunciado tenemos:

$$\frac{1}{2}(x + 3) - \frac{1}{2}(x - 3) = \frac{x}{4}$$

$$x + 3 - x + 3 = \frac{x}{2}$$

$$12 = x$$

∴ Hace 2 años tuvo:  $12 - 2 = 10$  años

Clave E

28 Sea  $x$  la edad actual de Lucho.

	x años	
	Pasado	Presente
Lucho	0	$x$
Juan	12	$12 + x$

Del enunciado tenemos:

$$x + 12 + x = 38$$

$$12 + 2x = 38$$

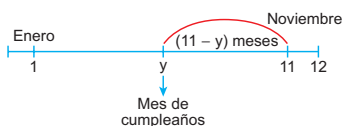
$$2x = 26$$

$$x = 13$$

∴ Lucho tiene 13 años.

Clave D

29 Sea  $x$  la edad del profesor  $<> 12x$  meses.



Del enunciado tenemos:

$$x + 12x + 11 - y = 418$$

$$13x - y = 407$$

$$\downarrow$$
  

$$13 - y = 13 + 4$$

$$y = 13 - 4; \quad 1 \leq y < 12; \quad y \in \mathbb{N}$$

∴ Su cumpleaños es en el mes de septiembre.

Clave E

30 Sea  $x$  la edad actual de Kelly.

	Hace 3 años	Presente	Dentro de 3 años
Kelly	$x - 3$	$x$	$x + 3$

Del enunciado del problema:

$$x - 3 = a \quad \downarrow (+)$$

$$x + 3 = b$$

$$2x = a + b$$

$$x = \frac{a + b}{2}$$

∴ Kelly tiene  $\frac{a + b}{2}$  años.

Clave C

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 34)

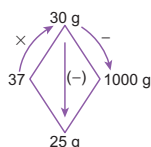
1 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 37 monedas
- Especies y su valor:  
monedas de S/.1 → 30 g  
monedas de S/.5 → 25 g
- Valor total: 1000 g  
n.º monedas 25 g =  $\frac{37 \cdot 30 - 1000}{30 - 25} = 22$

$$\Rightarrow \text{n.º monedas 25 g} + \text{n.º monedas 30 g} = 37$$

$$22 + \text{n.º monedas 30 g} = 37$$

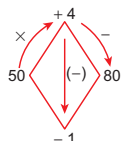
$$\therefore \text{n.º monedas 30 g} = 15$$



Clave C

2 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 50 preguntas
- Especies y su valor:  
Pregunta correcta → +4  
Pregunta incorrecta → -1
- Valor total: 80 puntos  
n.º preguntas incorrectas =  $\frac{50(+4) - 80}{(+4) - (-1)} = 24$

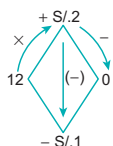


$$\therefore \text{Contestó 24 preguntas incorrectas.}$$

Clave B

3 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 12 problemas.
- Especies y su valor:  
Problema correcto → S/.2  
Problema incorrecto → S/.1
- Valor total S/.0  
n.º problemas incorrectos =  $\frac{12(+2) - 0}{2 - (-1)} = 8$

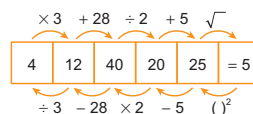


$$\Rightarrow \text{n.º problemas correctos} + \text{n.º problemas incorrectos} = 12$$

$$\therefore \text{n.º problemas correctos} = 12 - 8 = 4$$

Clave D

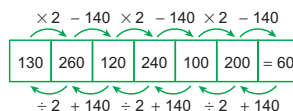
4 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



$\therefore$  Al inicio tenía S/.4 de propina.

Clave A

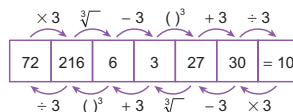
5 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



$\therefore$  Empezó a apostar con S/.130.

Clave B

6 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



$\Rightarrow$  Hay 72 patas.

$\therefore$  Como cada conejo tiene 4 patas, hay:

$$\frac{72}{4} = 18 \text{ conejos}$$

Clave C

7 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{l} 6 \text{ kg sandía} <> 4 \text{ kg papaya} \\ 3 \text{ kg papaya} <> 2 \text{ kg plátanos} \\ 5 \text{ kg plátanos} <> 18 \text{ soles} \\ x <> 10 \text{ kg sandía} \\ \hline (6) \cdot (3) \cdot (5) \cdot (x) = (4) \cdot (2) \cdot (18) \cdot (10) \\ x = 16 \text{ soles} \end{array}$$

$\therefore$  Costará 16 soles.

Clave E

8 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{l} 3 \text{ desarmadores} <> 1 \text{ alicate} \\ 3 \text{ alicates} <> 1 \text{ martillo} \\ x \text{ martillos} <> 117 \text{ desarmadores} \\ \hline (3) \cdot (3) \cdot (x) = (1) \cdot (1) \cdot (117) \\ x = 13 \text{ martillos} \end{array}$$

$\therefore$  13 martillos.

Clave B



9 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{lcl}
 5 \text{ plátanos} & \leftrightarrow & 6 \text{ duraznos} \\
 4 \text{ duraznos} & \leftrightarrow & 10 \text{ naranjas} \\
 12 \text{ naranjas} & \leftrightarrow & 2 \text{ piñas} \\
 10 \text{ piñas} & \leftrightarrow & S/.30 \\
 x & \leftrightarrow & 2 \text{ plátanos} \\
 \hline
 (5) \cdot (4) \cdot (12) \cdot (10) \cdot (x) & = & (6) \cdot (10) \cdot (2) \cdot (30) \cdot (2) \\
 x & = & S/.3
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 2 \text{ plátanos} = S/.3$$

Luego:

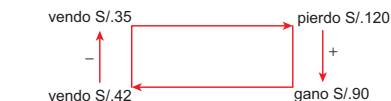
$$\begin{array}{lcl}
 5 \text{ plátanos} & \leftrightarrow & 6 \text{ duraznos} \\
 S/.3 & \leftrightarrow & 2 \text{ plátanos} \\
 12 \text{ duraznos} & \leftrightarrow & y \\
 \hline
 (5) \cdot (3) \cdot (12) & = & (6) \cdot (2) \cdot (y) \\
 S/.15 & = & y
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 12 \text{ duraznos} = S/.15$$

$$\therefore \text{Se pagará: } 3 + 15 = S/.18$$

Clave D

10 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$n.^{\circ} \text{ de sacos} = \frac{120 + 90}{42 - 35} = 30$$

$$n.^{\circ} \text{ de sacos} = 30$$

$$\text{Sabemos: } P_V = P_C + G$$

$$(n.^{\circ} \text{ de sacos}) \cdot (42) = P_C + 90$$

$$30 \cdot 42 = P_C + 90$$

$$\Rightarrow P_C = 1170$$

$$\therefore \text{El costo de los 30 sacos es: } S/.1170$$

Clave D

11 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



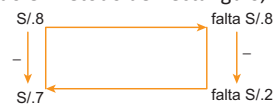
$$\text{Costo} \times \text{maceta} = \frac{12 - 4}{4 - 3} = S/.8$$

$$\Rightarrow \text{Señora tiene} = 3 \cdot 8 + 12$$

$$\therefore \text{Señora tiene: } S/.36$$

Clave D

12 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



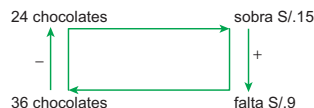
$$n.^{\circ} \text{ de sobrinos} = \frac{8 - 2}{8 - 7} = 6$$

$$\Rightarrow \text{Julio tiene} = 6 \cdot 8 - 8$$

$$\therefore \text{Julio tiene: } S/.40$$

Clave B

13 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$\text{Precio del chocolate} = \frac{15 + 9}{36 - 24} = S/.2$$

$$\text{Pepe tiene} = 24(2) + 15$$

$$\therefore \text{Pepe tiene: } S/.63$$

Clave E

14 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{lcl}
 3 \text{ hombres} & \leftrightarrow & 12 \text{ máquinas eléctricas} \\
 5 \text{ máquinas eléctricas} & \leftrightarrow & 15 \text{ máquinas manuales} \\
 1 \text{ máquina manual} & \leftrightarrow & S/.150 \\
 x & \leftrightarrow & 10 \text{ hombres} \\
 \hline
 (3) \cdot (5) \cdot (1) \cdot (x) & = & (12) \cdot (15) \cdot (50) \cdot (10) \\
 x & = & S/.6000
 \end{array}$$

$$\therefore \text{La inversión es de } S/.6000.$$

Clave B

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 36)

1 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

- Total de elementos: 15 animales
- Especies y su valor:
  - 1 gallina  $\rightarrow$  2 patas
  - 1 conejo  $\rightarrow$  4 patas
- Valor total: 48 patas

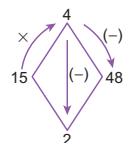
$$\Rightarrow n.^{\circ} \text{ de gallinas} = \frac{15 \cdot 4 - 48}{4 - 2} = 6$$

Luego

$$\begin{aligned}
 n.^{\circ} \text{ de gallinas} + n.^{\circ} \text{ de conejos} &= 15 \\
 6 + x &= 15 \\
 x &= 9
 \end{aligned}$$

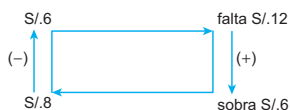
$$\therefore \text{El } n.^{\circ} \text{ de conejos es } 9.$$

Clave C





2 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:

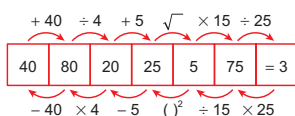


$$\text{n.º de empleados} = \frac{12+6}{8-6} = 9$$

∴ La torta cuesta:  $6 \cdot 9 + 12 = \text{S}/.66$

Clave B

3 Aplicando la regla del cangrejo, tenemos:



∴ El número es 40.

Clave A

4 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ tijera} & \text{<>} & 5 \text{ lapiceros} \\ 3 \text{ lapiceros} & \text{<>} & 6 \text{ borradores} \\ 90 \text{ borradores} & \text{<>} & x \text{ tijeras} \\ \hline 1 \cdot 3 \cdot 90 & = & 5 \cdot 6 \cdot x \\ x & = & 9 \end{array}$$

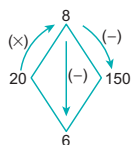
∴ Darán 9 tijeras.

Clave E

5 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

- Total de elementos: 20
- Especies y su valor:
  - 1 araña → 8 patas
  - 1 escarabajo → 6 patas
- Valor total: 150 patas

$$\Rightarrow \text{n.º de escarabajos} = \frac{20 \cdot 8 - 150}{8 - 6} = 5$$



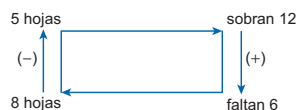
Además:

$$\begin{aligned} \text{n.º de escarabajos} + \text{n.º de arañas} &= 20 \\ 5 + x &= 20 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

∴ El n.º de arañas es 15.

Clave B

6 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:

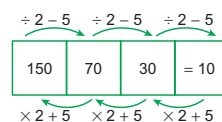


$$\text{n.º de alumnos} = \frac{12+6}{8-5} = 6$$

∴ El n.º de alumnos es 6.

Clave D

7 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



∴ Inicialmente existen 150 barriles.

Clave C

8 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{rcl} 2 \text{ kg carne} & \text{<>} & 3 \text{ kg arroz} \\ 5 \text{ kg arroz} & \text{<>} & 4 \text{ lapiceros} \\ 3 \text{ libros} & \text{<>} & \text{S}/.150 \\ 8 \text{ lapiceros} & \text{<>} & 4 \text{ libros} \\ x & \text{<>} & 6 \text{ kg carne} \\ \hline 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 8 \cdot x & = & 3 \cdot 4 \cdot 150 \cdot 4 \cdot 6 \\ x & = & \text{S}/.180 \end{array}$$

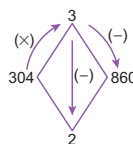
∴ Costará S/.180.

Clave B

9 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 304
- Especies y su valor:
  - 1 bicicleta → 2 ruedas
  - 1 triciclo → 3 ruedas
- Valor total: 860 ruedas

$$\Rightarrow \text{n.º de bicicletas} = \frac{304 \cdot 3 - 860}{3 - 2} = 52$$



Luego:

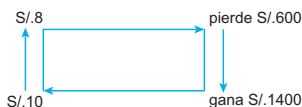
$$\begin{aligned} \text{n.º de bicicletas} + \text{n.º de triciclos} &= 304 \\ 52 + x &= 304 \\ x &= 252 \end{aligned}$$

∴ El n.º de triciclos es 252.

Clave C



**10** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$n.^{\circ} \text{ de boletos } = \frac{1400 + 600}{10 - 8} = 1000$$

$\therefore$  El auto costó:  $8 \cdot 1000 + 600 = S/.8600$

Clave D

## NIVEL 2 (página 37)

**11** Del enunciado:

3x: camiones  $\rightarrow$  8 llantas

y: autos  $\rightarrow$  4 llantas

x: motos  $\rightarrow$  2 llantas

Datos:

$$40 \text{ vehículos} \Rightarrow 3x + y + x = 40 \quad \dots(1)$$

$$210 \text{ llantas} \Rightarrow 8(3x) + 4y + 2x = 210 \quad \dots(2)$$

Resolviendo las ecuaciones:

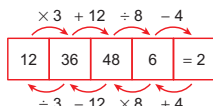
$$x = 5$$

$$y = 20$$

$\therefore$  Hay 20 autos.

Clave B

**12** Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



$\therefore$  La edad de Clara es 12 años.

Clave B

**13** Aplicando el método del rombo, tenemos:

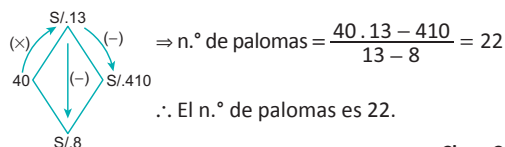
- Total de elementos: 40 aves

- Especies y su valor:

1 paloma  $\rightarrow$  S/.8

1 codorniz  $\rightarrow$  S/.13

- Valor total: S/.410



$$\Rightarrow n.^{\circ} \text{ de palomas} = \frac{40 \cdot 13 - 410}{13 - 8} = 22$$

$\therefore$  El n.º de palomas es 22.

Clave C

**14** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$n.^{\circ} \text{ de asistentes} = \frac{120 + 16}{24 - 20} = 34$$

$\therefore$  Sin contar al profesor, asisten 33 alumnos.

Clave A

**15** Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

5 caramelos  $\leftrightarrow$  2 chocolates

9 chocolates  $\leftrightarrow$  4 chupetes

6 chupetes  $\leftrightarrow$  5 paquetes de galletas

4 paquetes de galletas  $\leftrightarrow$  3 paquetes de waffers

2 paquetes de waffers  $\leftrightarrow$  x caramelos

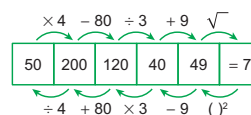
$$5 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot x$$

$$x = 18$$

$\therefore$  18 caramelos.

Clave E

**16** Aplicando el método del cangrejo, tenemos:



$\therefore$  Pepe al inicio tenía S/.50.

Clave B

**17** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$\text{Costo/chocolate} = \frac{15 + 10}{15 - 10} = 5$$

$\therefore$  Tenía:  $10 \cdot 5 + 15 = S/.65$

Clave D



18 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 27
- Especies y su valor:  
1 mosca → 6 patitas  
1 araña → 8 patitas
- Valor total: 186 patitas

$$\begin{array}{c} 8 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 27 \quad (-) \quad 186 \\ \downarrow \quad (-) \\ 6 \end{array} \Rightarrow \text{n.º de moscas} = \frac{27 \cdot 8 - 186}{8 - 6} = 15$$

∴ El n.º de moscas es: 15

Clave C

19 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{rcl} 4 \text{ sillas} & \text{<>} & 3 \text{ sillones} \\ 9 \text{ sillones} & \text{<>} & 2 \text{ mesas} \\ 3 \text{ mesas} & \text{<>} & \$/.450 \\ x & \text{<>} & 6 \text{ sillas} \\ \hline 4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot x & = & 3 \cdot 2 \cdot 450 \cdot 6 \\ x & = & \$/.150 \end{array}$$

∴ La respuesta es \$/.150.

Clave D

20 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ jarra} & \text{<>} & 6 \text{ vasos} \\ 3 \text{ vasos} & \text{<>} & 2 \text{ tazas} \\ 5 \text{ tazas} & \text{<>} & 3 \text{ platos} \\ x \text{ platos} & \text{<>} & 5 \text{ jarras} \\ \hline 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x & = & 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ x & = & 12 \end{array}$$

∴ La respuesta es: 12 platos.

Clave E

### NIVEL 3 (página 38)

21 Aplicando la regla de la conjunta, tenemos:

$$\begin{array}{rcl} 2 \text{ cuadernos} & \text{<>} & 9 \text{ lapiceros} \\ 4 \text{ lapiceros} & \text{<>} & 1 \text{ regla} \\ 3 \text{ reglas} & \text{<>} & 4 \text{ tajadores} \\ 3 \text{ tajadores} & \text{<>} & 10 \text{ plumones} \\ 5 \text{ plumones} & \text{<>} & x \text{ cuadernos} \\ \hline 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 & = & 9 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10 \cdot x \\ x & = & 1 \end{array}$$

∴ La respuesta es: 1 cuaderno.

Clave A

22 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

$$\begin{array}{ccccccc} & \times 2 - 100 & \times 2 - 160 & & & & \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ 110 & 220 & 120 & 240 & = & 80 & \\ & \div 2 + 100 & \div 2 + 160 & & & & \end{array}$$

∴ Inicialmente tenía \$/.110.

Clave D

23 Aplicando el método del rectángulo, tenemos:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \uparrow S/.3 \\ (-) \end{array} & \begin{array}{c} \text{sobra } S/.70 \\ (+) \end{array} \\ \begin{array}{c} \downarrow S/.5 \end{array} & \begin{array}{c} \downarrow \text{falta } S/.30 \end{array} \end{array}$$

$$\text{n.º de limosneros} = \frac{70 + 30}{5 - 3} = 50$$

∴ El señor tenía:  $3 \cdot 50 + 70 = \$/.220$

Clave D

24 Aplicando el método del rombo, tenemos:

- Total de elementos: 300
- Especies y su valor:  
1 dama → \$/.3  
1 caballero → \$/.5
- Valor total: \$/.1140

$$\Rightarrow \text{n.º de damas} = \frac{300 \cdot 5 - 1140}{5 - 3} = 180$$

$$\begin{array}{c} S/.5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 300 \quad (-) \quad S/.1140 \\ \downarrow \quad (-) \\ S/.3 \end{array}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \text{n.º de damas} + \text{n.º de caballeros} &= 300 \\ 180 + x &= 300 \\ x &= 120 \end{aligned}$$

∴ n.º de damas - n.º de caballeros =  $180 - 120 = 60$

Clave A

25 Aplicando el método del cangrejo, tenemos:

$$\begin{array}{ccccccc} & ( )^3 & + 9 & \sqrt{\phantom{x}} & \div 3 & - 1 & ( )^2 \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ 6 & 216 & 225 & 15 & 5 & 4 & = 16 \\ & \sqrt[3]{\phantom{x}} & - 9 & ( )^2 & \times 3 & + 1 & \sqrt{\phantom{x}} \end{array}$$

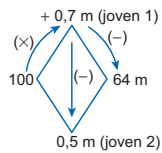
∴ El número es: 6

Clave A





- 26** Distancia pasos joven 1 = 70 cm = 0,7 m  
 Distancia pasos joven 2 = 50 cm = 0,5 m  
 Aplicando el método del rombo:



$$\Rightarrow \text{n.º pasos joven 2} = \frac{100 \times 0,7 - 64}{0,7 - 0,5} = 30 \text{ pasos}$$

$$\text{n.º pasos joven 2} = 100 - 30 = 70 \text{ pasos}$$

$$\text{Diferencia} = 70 - 30 = 40$$

∴ El primero ha dado 40 pasos más que el segundo.

**Clave E**

- 27** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



$$\text{costo/lámpara} = \frac{36 + 13}{25 - 18} = 7$$

$$\therefore \text{La cocina costará: } 18 \cdot 7 + 13 = S/.139$$

**Clave E**

- 28** Aplicando el método del rectángulo, tenemos:



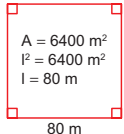
$$\text{Costo del boleto} = \frac{800 + 160}{500 - 420} = S/.12$$

$$\therefore \text{El costo del televisor es: } 420 \cdot 12 + 160 = S/.5200$$

**Clave B**

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 42)

1 Gráficamente:

$$\begin{aligned} \text{n.º de estacas} &= \frac{\text{Perímetro}}{\text{Longitud entre cada estaca}} \\ &= \frac{4(80)}{8 \text{ m}} \\ &= 40 \text{ estacas} \end{aligned}$$


Clave C

2 Sabemos que:

$$\begin{aligned} \text{n.º de árboles} &= \frac{\text{Longitud de la avenida}}{\text{Longitud entre cada árbol}} + 1 \\ &= \frac{5(b+2)}{\frac{b}{3}} + 1 = \frac{15}{b}(b+2) + 1 \\ &= 15 + \frac{30}{b} + 1 = 16 + \frac{30}{b} \end{aligned}$$

Clave D

3 Aplicamos:

$$\begin{aligned} \text{n.º de estacas} &= \frac{\text{Perímetro}}{\text{Longitud entre cada estaca}} \\ (m+2) &= \frac{m^2 - 3m - 10}{\text{Distancia entre cada estaca}} \\ (m+2) &= \frac{(m+2)(m-5)}{\text{Distancia entre cada estaca}} \\ \text{Distancia entre cada estaca} &= (m-5) \end{aligned}$$


Clave B

4 Aplicamos:

$$\begin{aligned} \text{n.º de cortes} &= \frac{\text{Longitud de la varilla}}{\text{Longitud de cada corte}} - 1 \\ &= \frac{80}{5} - 1 \\ &= 16 - 1 \\ &= 15 \\ \text{Luego, cobrará: } S/.4 \times 15 &= S/.60 \end{aligned}$$

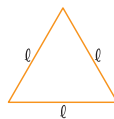
Clave A

5 Gráficamente

$$\begin{aligned} \text{n.º de estacas} &= \frac{\text{Perímetro}}{\text{Longitud entre cada estaca}} \\ &= \frac{2(72M + 48N)}{3M + 2N} \\ &= \frac{2(24)(3M + 2N)}{3M + 2N} = 48 \end{aligned}$$


Clave A

6

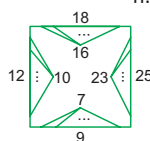


$$\begin{aligned} A &= 32\,400 \sqrt{3} \text{ m}^2 \\ \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} &= 32\,400 \sqrt{3} \\ l^2 &= 129\,600 \\ l &= 360 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luego; n.º de estacas} &= \frac{3(360)}{12} \\ &= 90 \end{aligned}$$

Clave E

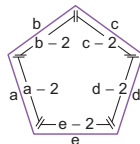
7 Gráficamente:



$$\begin{aligned} \text{n.º de personas} &= 10 + 16 + 23 + 7 + 4 \\ &= 60 \end{aligned}$$

Clave B

8 Gráficamente:



$$\begin{aligned} \text{n.º de personas} &= a - 2 + b - 2 + c \\ &\quad - 2 + d - 2 + e - 2 + 5 \\ &= a + b + c + d + e - 5 \end{aligned}$$

Clave C

9 8 días <> 192 horas

$$\begin{aligned} \text{n.º de pastillas} &= \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1 \\ &= \frac{192 \text{ h}}{6 \text{ h}} + 1 \\ &= 33 \end{aligned}$$

$$\text{Finalmente: total de pastillas} = 33 \times 3 = 99$$

Clave A

10 Aplicamos:

$$\begin{aligned} \text{n.º de árboles} &= \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre árbol y árbol}} \\ &= \frac{2(50 + 30)}{5} = 32 \\ \text{Finalmente: cobra} &= 32 \times 3 = 96 \end{aligned}$$

Clave D

11 1,8 km <> 1800 m

$$\begin{aligned} \text{n.º de patrulleros} &= \frac{\text{Longitud total}}{\text{Distancia entre cada patrullero}} + 1 \\ &= \frac{1800 \text{ m}}{75 \text{ m}} + 1 \\ &= 24 + 1 \\ &= 25 \\ \text{Luego: n.º de policías} &= 25 \times 5 = 125 \end{aligned}$$

Clave E



**12** Aplicamos:

$$\begin{aligned} \text{n.º de columnas} &= \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre cada columna}} \\ &= \frac{2(55 + 35)}{5} \\ &= \frac{2 \times 90}{5} \\ &= 36 \end{aligned}$$

Luego: cobra:  $36 \times \$/.25 = \$/.900$

**Clave A**

**13** 1 semana  $\leftrightarrow$  168 horas

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

Para la tos:

$$\begin{aligned} \text{n.º de pastillas} &= \frac{168 \text{ horas}}{4 \text{ horas}} + 1 \\ &= 43 \end{aligned}$$

Para la infección:

$$\begin{aligned} \text{n.º de pastillas} &= \frac{168 \text{ horas}}{8 \text{ horas}} + 1 \\ &= 22 \end{aligned}$$

Total de pastillas:  $43 \times 2 + 22 \times 3 = 152$

Gasto:  $152 \times \$/.0,5 = \$/.76$

**Clave D**

**14** 5 días  $\leftrightarrow$  120 horas

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

Para el dolor:

$$\begin{aligned} \text{n.º de pastillas} &= \frac{120 \text{ horas}}{6 \text{ horas}} + 1 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Para la infección:

$$\begin{aligned} \text{n.º de pastillas} &= \frac{120 \text{ horas}}{4 \text{ horas}} + 1 \\ &= 31 \end{aligned}$$

Total de pastillas:  $21 \times 3 + 31 \times 2 = 125$

Gastó:  $125 \times \$/.1,60 = \$/.200$

**Clave B**

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 44)

**1** Aplicamos:

$$\text{n.º de árboles} = \frac{\text{Longitud total del pasaje}}{\text{Distancia entre árbol y árbol}} + 1$$

$$\text{n.º de árboles} = \frac{138 \text{ m}}{6 \text{ m}} + 1$$

$\therefore$  n.º de árboles = 24

**Clave D**

**2** Aplicamos:

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Tiempo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{5 \cdot 24 \text{ h}}{6 \text{ h}} + 1$$

$\therefore$  n.º de pastillas = 21

**Clave E**

**3** Aplicamos:

$$\text{n.º de cortes} = \frac{\text{Longitud de la soga}}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$\text{n.º de cortes} = \frac{48 \text{ m}}{6 \text{ m}} - 1$$

$\therefore$  n.º de cortes = 7

**Clave C**

**4** Aplicamos:

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$\text{n.º de pastillas} = \frac{8 \cdot 60 \text{ min}}{24 \text{ min}} + 1$$

$\therefore$  n.º de pastillas = 21

**Clave B**

**5** Aplicamos:

$$\text{n.º de hojalillos} = \frac{\text{Longitud de la cortina}}{\text{Separación entre 2 hojalillos}} + 1$$

$$\text{n.º de hojalillos} = \frac{9 \cdot 100 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} + 1$$

$\therefore$  n.º de hojalillos = 91

**Clave A**

**6** Aplicamos:

$$\text{n.º de vallas} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Separación entre 2 vallas}} + 1$$

$$15 = \frac{L_T}{4 \text{ m}} + 1$$

$\therefore L_T = 56 \text{ m}$

**Clave E**

**7** Aplicamos:

$$\text{n.º de bicicletas} = \frac{\text{Longitud total}}{\text{Separación entre cada bicicleta}} + 1$$

$$13 = \frac{4,8 \text{ m}}{x} + 1; \text{ x: es la separación entre cada bicicleta}$$

$\therefore x = 40 \text{ cm}$

**Clave B**



**8** Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ cortes} = \frac{\text{Longitud del aro}}{\text{Longitud de cada parte}}$$

$$n.^\circ \text{ cortes} = \frac{30 \text{ m}}{5 \text{ m}}$$

$$\therefore n.^\circ \text{ cortes} = 6$$

Clave A

**9** Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ postes} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre poste y poste}}$$

$$n.^\circ \text{ postes} = \frac{60 \text{ m}}{3 \text{ m}}$$

$$\therefore n.^\circ \text{ postes} = 20$$

Clave C

**10** Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ personas} = \frac{\text{Perímetro de la mesa}}{\text{Distancia entre 2 sillas}}$$

$$n.^\circ \text{ personas} = \frac{16 \text{ m}}{2 \text{ m}}$$

$$\therefore n.^\circ \text{ personas} = 8$$

Clave B

## NIVEL 2 (página 45)

**11** Sea,  $L_T$ : la longitud de la varilla

Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ de cortes} = \frac{L_T}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$11 = \frac{L_T}{24 \text{ cm}} - 1$$

$$\therefore L_T = 288 \text{ cm}$$

Clave B

**12** Sea,  $L_m$ : la longitud de cada parte

Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ de cortes} = \frac{\text{Longitud de la regla}}{L_m} - 1$$

$$17 = \frac{270 \text{ cm}}{L_m} - 1$$

$$\therefore L_m = 15 \text{ cm}$$

Clave A

**13** Sea,  $L_T$ : la longitud de la madeja

Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ de cortes} = \frac{L_T}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$20 = \frac{L_T}{8 \text{ cm}} - 1$$

$$\therefore L_T = 168 \text{ cm}$$

Clave D

**14** Sea,  $L_T$ : la distancia entre el 1.<sup>er</sup> y último poste  
Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ de postes} = \frac{L_T}{\text{Distancia entre poste y poste}} + 1$$

$$8 = \frac{L_T}{5 \text{ m}} + 1$$

$$\therefore L_T = 35 \text{ m}$$

Clave E

**15** Sea:

$$L_T = 33 - 3 = 30 \text{ km}$$

Aplicamos:

$$n.^\circ \text{ puentes} = \frac{T}{\text{Distancia entre puente y puente}} + 1$$

$$4 = \frac{30 \text{ km}}{x} + 1 ; x: \text{ es la distancia entre puente y puente}$$

$$\therefore x = 10 \text{ km}$$

Clave A

**16** Resolvemos primero el caso en el que toma de 1 en 1 pastilla, al final duplicamos.

$$\Rightarrow n.^\circ \text{ pastillas} = \frac{\text{Tiempo total}}{\text{Intervalo entre pastilla y pastilla}} + 1$$

$$n.^\circ \text{ pastillas} = \frac{3 \text{ días}}{3 \text{ horas}} + 1 = \frac{3 \cdot 24 \text{ h}}{3 \text{ h}} + 1$$

$$\therefore n.^\circ \text{ pastillas} = 25$$

$$\text{Como toma 2 pastillas} \Rightarrow 25 \times 2 = 50$$

Clave C

**17** Aplicamos la fórmula para 1 aro:

$$n.^\circ \text{ cortes} = \frac{\text{Longitud del aro}}{\text{Longitud de cada parte}}$$

$$n.^\circ \text{ cortes} = \frac{L/3}{2}$$

$$n.^\circ \text{ cortes} = \frac{L}{6}$$

$$\text{Luego, para 6 aros será: } \left(\frac{L}{6}\right) \cdot 6$$

$$\therefore n.^\circ \text{ cortes totales} = L$$

Clave E

**18** Para tomar la mitad de la sogla hacemos 1 corte  
Luego, con los 30 metros aplicamos:

$$n.^\circ \text{ cortes} = \frac{\text{Longitud de la sogla}}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$n.^\circ \text{ cortes} = \frac{30}{5} - 1$$

$$n.^\circ \text{ cortes} = 5$$

$$\therefore n.^\circ \text{ cortes totales} = 5 + 1 = 6$$

Clave C



- 19) Aplicamos la fórmula para ambos casos:

**Caso 1**

$$n.^{\circ} \text{ postes } 1 = \frac{\text{Longitud de la avenida}}{\text{Distancia entre poste y poste}} + 1$$

$$n.^{\circ} \text{ postes } 1 = \frac{3 \text{ km}}{20 \text{ m}} + 1 = \frac{3 \cdot 1000 \text{ m}}{20 \text{ m}} + 1$$

$$n.^{\circ} \text{ postes } 1 = 151$$

**Caso 2**

$$n.^{\circ} \text{ postes } 2 = \frac{\text{Longitud de la avenida}}{\text{Distancia entre poste y poste}} + 1$$

$$n.^{\circ} \text{ postes } 2 = \frac{3 \text{ km}}{30 \text{ m}} + 1 = \frac{3 \cdot 1000 \text{ m}}{30 \text{ m}} + 1$$

$$n.^{\circ} \text{ postes } 2 = 101$$

$$\therefore n.^{\circ} \text{ postes totales} = 151 + 101 = 252$$

Clave D

- 20) Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ cortes} = \frac{\text{Longitud de la cinta}}{\text{Longitud de cada parte}} - 1$$

$$n.^{\circ} \text{ cortes} = \frac{20}{4} - 1$$

$$n.^{\circ} \text{ cortes} = 4$$

Por 1 corte cobra S/.10.

$$\therefore \text{En total cobrará} = 4 \cdot (\text{S}/.10) = \text{S}/.40$$

Clave A

**NIVEL 3 (página 46)**

- 21) Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de postes} = \frac{\text{Longitud de la avenida}}{\text{Distancia entre poste y poste}} + 1$$

$$n.^{\circ} \text{ de postes} = \frac{645 \text{ m}}{15 \text{ m}} + 1$$

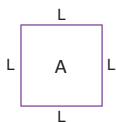
$$n.^{\circ} \text{ de postes} = 44$$

Cobró en total S/.308.

$$\therefore 1 \text{ poste cobra} = \frac{308}{44} = \text{S}/.7$$

Clave B

- 22)



$$A = 40\,000 \text{ m}^2$$

$$L^2 = 40\,000 \text{ m}^2$$

$$L = 200 \text{ m}$$

Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre estaca y estaca}}$$

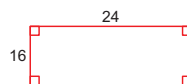
$$= \frac{4L}{5} = \frac{4 \cdot 200}{5}$$

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de estacas} = 160$$

Clave E

- 23) Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de columnas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre columna y columna}}$$



$$n.^{\circ} \text{ de columnas} = \frac{2(16 + 24) \text{ m}}{2 \text{ m}} = 40$$

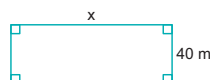
El costo por columna es S/.35.

$$\therefore \text{El costo total} = 40 \cdot (\text{S}/.35) = \text{S}/.1400$$

Clave C

- 24) Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre estaca y estaca}}$$



$$80 = \frac{2(x + 40)}{5}$$

$$\therefore x = 160 \text{ m}$$

Clave B

- 25) Aplicamos:

$$n.^{\circ} \text{ de cortes} = \frac{\text{Longitud de la sogá}}{\text{Longitud de cada pedazo}} - 1$$

$$n.^{\circ} \text{ de cortes} = \frac{k^2 - 1}{k - 1} - 1$$

$$n.^{\circ} \text{ de cortes} = \frac{(k - 1)(k + 1)}{(k - 1)} - 1$$

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de cortes} = k$$

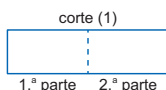
Clave E



- 26 Sea la pieza de madera la que se muestra en la figura:

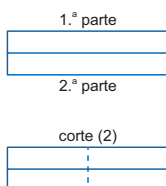


Cuando se corta en 2 partes:



Donde: por 1 corte cobran S/.20.

Ahora para tener 4 partes, deben hacerse 2 cortes, veamos la figura:



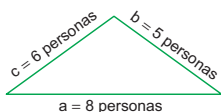
⇒ Como se han hecho 2 cortes para tener 4 partes lo que cobrará será:

$$\therefore 2 \text{ cortes} = 2 (S/.20) = S/.40$$

Clave C

- 27 Sabemos:

n.º de personas =  $\Sigma$  de valores de sus lados - n.º de vértices



$$\text{n.º de personas} = 6 + 5 + 8 - 3$$

$$\therefore \text{n.º de personas} = 16$$

Clave A

- 28 Hallamos primero el número de puntos en cada lado:

$$\text{n.º de puntos} = \frac{\text{Longitud del lado del hexágono}}{\text{Distancia entre punto y punto}} + 1$$

$$\text{n.º de puntos} = \frac{21 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} + 1 = 8$$

⇒ Tenemos 8 puntos en cada lado del hexágono

Luego, hallamos el total de puntos contenidos en el perímetro del hexágono.

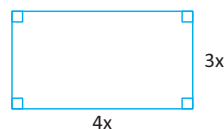
$$\text{n.º de puntos en el hexágono} = \Sigma \text{ de puntos en sus lados} - \text{n.º de vértices}$$

$$\text{n.º de puntos en el hexágono} = 8 \cdot 6 - 6$$

$$\therefore \text{n.º de puntos en el hexágono} = 42$$

Clave B

- 29



Por dato:

$$A = 768 \text{ m}^2$$

$$(4x)(3x) = 768 \text{ m}^2$$

$$12x^2 = 768$$

$$x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

Luego:

$$\text{n.º de estacas} = \frac{\text{Perímetro de la figura}}{\text{Distancia entre cada estaca}}$$

$$= \frac{2(32 + 24)}{4} = \frac{112}{4} = 28$$

Clave C

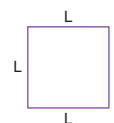
- 30 Aplicamos:

$$\text{n.º estacas} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Distancia entre estaca y estaca}}$$

$$16(m^2 - 1) = \frac{4L}{(m - 1)}$$

$$16(m - 1)(m + 1)(m - 1) = 4L$$

$$\therefore L = [2(m - 1)]^2(m + 1) \text{ metros}$$



Clave D

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 51)

- 1 Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r} A + \\ \overline{AA} \\ \overline{AAA} \\ \overline{AAAA} \\ \hline 7404 \end{array}$$

En las unidades:

$$A + A + A + A = \overline{m4}$$

$$4 \cdot A = \overline{m4} \Rightarrow A = 1 \vee A = 6$$

$\Rightarrow$  Si  $A = 1$ , en las decenas tenemos:

$$A + A + A = \overline{x0}$$

$$3 \cdot A = \overline{x0}$$

$$3 = \overline{x0}$$

Llegamos a un absurdo.

$$\Rightarrow A = 6$$

$$\text{Nos piden: } A^2 + A + 1 = 6^2 + 6 + 1 = 43$$

Clave B

- 2 Como:  $\overline{...xyz} \times 999 = \dots 164$

$$\text{Hacemos: } \overline{...xyz} \times (1000 - 1) = \dots 164$$

$$\Rightarrow \overline{...xyz} \times 1000 - \overline{...xyz} = \dots 164$$

$$\text{Luego } \overline{...xyz000} = \overline{...xyz} + \dots 164$$

Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r} \overline{...xyz} + \\ \overline{...164} \\ \hline \overline{...zyx000} \end{array}$$

En las unidades:

$$z + 4 = 10 \Rightarrow z = 6$$

En las decenas:

$$y + 6 + 1 = 10 \Rightarrow y = 3$$

En las centenas:

$$x + 1 + 1 = 10 \Rightarrow x = 8$$

$$\text{Nos piden: } x + y^2 + z = 8 + 3^2 + 6 = 23$$

Clave A

- 3 Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r} \overline{AA} + \\ \overline{BB} \\ \overline{CC} \\ \hline \overline{ABC} \end{array}$$

En las unidades:

$$A + B + C = \overline{XC}$$

$$A + B = \overline{XC} - C$$

$$A + B = \overline{X0} \Rightarrow \text{solo cumple } x = 1$$

$$\Rightarrow A + B = 10$$

En las decenas:

$$A + B + C + 1 = \overline{AB}$$

$$C + 11 = \overline{AB} \Rightarrow C = 8$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$\text{Piden: } (A + B - C)^3$$

$$(9 + 1 - 8)^3 = 2^3 = 8$$

Clave D

- 4 Como:  $\overline{ROSA} \times 99 = \dots 1403$

$$\text{Hacemos: } \overline{ROSA} \times (100 - 1) = \dots 1403$$

$$\Rightarrow \overline{ROSA} \times 100 - \overline{ROSA} = \dots 1403$$

$$\overline{ROSA00} = \overline{ROSA} + \dots 1403$$

Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r} \overline{ROSA} + \\ \overline{...1403} \\ \hline \overline{ROSA00} \end{array}$$

En las unidades:

$$A + 3 = 10 \Rightarrow A = 7$$

$$S + 1 + 0 = 10 \Rightarrow S = 9$$

$$O + 4 + 1 = 7 \Rightarrow O = 2$$

$$R + 1 = 9 \Rightarrow R = 8$$

$$\therefore R + O + S + A = 8 + 2 + 9 + 7 = 26$$

Clave E

- 5 Se observa que los productos parciales tienen cuatro cifras, entonces:

$$b \in \{5; 6; 7; 8; 9\} \text{ y } a \in \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

Del dato:  $b$  es un número par y  $a$  impar

$$\Rightarrow b \in \{6; 8\} \wedge a \in \{5; 7; 9\}$$

Si  $b = 6$ , se tiene:

$$\begin{array}{r} 235 \times \\ \overline{a6} \\ 1410 + \\ * * 15 \\ \hline * * 560 \end{array}$$

El único valor que verifica es  $a = 9$ .

Si  $b = 8$ , se tiene que  $a \times 5 = \overline{*8}$  (no cumple)

$$\therefore b = 6 \wedge a = 9 \Rightarrow a \times b = 9 \times 6 = 54$$

Clave A

- 6 Como:

$$\begin{array}{r} \overline{8a5} - \\ \overline{b69} \\ \hline \overline{40c} \end{array}$$

$\Rightarrow$  En unidades:

$$c + 9 = \dots 5 \Rightarrow \text{solo cumple } c = 6$$

$\Rightarrow$  En decenas (llevo uno):

$$0 + 6 + 1 = a \Rightarrow a = 7$$

$\Rightarrow$  En centenas:  $4 + b = \dots 8 \Rightarrow b = 4$





Finalmente:  $\overline{abc} = 746 +$

$$\begin{array}{r} \overline{cba} = 647 \\ \hline 1393 \end{array}$$

$$\therefore \overline{abc} + \overline{cba} = 1393$$

Clave C

7 Como:

$$\begin{array}{r} \overline{6a} + \\ \overline{3b} \\ \overline{8c} \\ \hline 194 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{En las decenas:} \\ 6 + 3 + 8 = 17, \text{ pero figura} \\ 19, \text{ significa que se llev\'o 2} \\ \text{en las unidades.} \end{array}$$

$\Rightarrow$  Columna de unidades  $a + b + c = 24$   
Como son 3 cifras diferentes  $\wedge a > b > c$

$$\Rightarrow a = 9, b = 8, c = 7$$

$$\text{Piden: } \overline{abc} - \overline{bca} = 987 - 879 = 108$$

Clave D

8 Como:

$$\begin{array}{r} \overline{a58} + \\ \overline{12b} \\ \hline \overline{4c5} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{En las unidades:} \\ 8 + b = \dots 5, b = 7 \end{array}$$

$\Rightarrow$  En las decenas (lleva uno):  
 $5 + 2 + 1 = c ; c = 8$

$\Rightarrow$  En las centenas:  
 $a + 1 = 4 ; a = 3$

$$\text{Piden: } a - 2b + 3c = 3 - 2(7) + 3(8) = 13$$

Clave A

9 Se plantea la ecuaci3n en forma vertical:

$$\begin{array}{r} \overline{CA} \times \\ \overline{MA} \\ \hline \overline{A \times CA} + \\ \overline{M \times CA} \\ \hline \text{Producto final} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^{\text{er}} \text{ producto parcial} \\ 2.^{\text{o}} \text{ producto parcial} \end{array}$$

Encontrando los productos parciales, de los datos tenemos:

$$M \times \overline{CA} = 144 \wedge A \times \overline{CA} = 252$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} \overline{CA} \times \\ \overline{MA} \\ \hline \overline{A \times CA} + \\ \overline{M \times CA} \\ \hline \text{Producto final} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} \overline{CA} \times \\ \overline{MA} \\ \hline 252 \\ 144 \\ \hline 1692 \end{array}$$

$$\Rightarrow \overline{CA} \times \overline{MA} = 1692$$

$$\text{Piden: } \sqrt{\overline{CA} \times \overline{MA} - 92} = \sqrt{1692 - 92} = \sqrt{1600}$$

$$\therefore \sqrt{\overline{CA} \times \overline{MA} - 92} = 40$$

Clave B

10 Si asignamos letras al cociente:

$$\begin{array}{r} * * * * \overline{) 9} \\ * 3 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline * 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ * * \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline * 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ * \textcircled{7} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline - - \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

← Tiene que ser 7 para que la resta sea cero.

Analicemos:

$$9 \times a = \dots 3 \Rightarrow a = 7$$

$$9 \times c = \dots 7 \Rightarrow c = 3$$

La divisi3n con los valores hallados:

$$\begin{array}{r} * * * * \overline{) 9} \\ 6 3 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline - * 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ * \textcircled{5} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 2 7 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 2 \textcircled{7} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline - - \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

$\Rightarrow$  Se deduce que:

$$b \cdot 9 = \dots 5$$

$$\Rightarrow b = 5$$

$$\therefore \text{La suma de cifras del cociente es: } 7 + 5 + 3 = 15$$

Clave D

11 En las unidades:

$$c + b + a = \overline{m1} \Rightarrow m = 1 \vee m = 2$$

$\Rightarrow$  Si  $m = 2$ , llegamos a que  $b = 12$  (no cumple)

$$\Rightarrow m = 1 ; c + b + a = 11 \dots (1)$$

En las decenas (lleva uno):

$$b + a + 1 = \overline{x7} ; b + a = \overline{x6}, \text{ analizando (1)}$$

Concluimos que:  $x = 0 \Rightarrow b + a = 6$

En las centenas:

$$a = 4 \wedge b + a = 6 \Rightarrow b = 2, a = 4; c = 5$$

$$\text{Piden: } \overline{aca} + \overline{baba} = 454 + 2424 = 2878$$

Clave A

12 Como:

$$\begin{array}{r} \overline{pst} + \\ \overline{qst} \\ \overline{rst} \\ \hline 1522 \end{array}$$

$$\text{En las unidades: } t + t + t = \dots 2$$

$$3t = \dots 2 \Rightarrow t = 4$$

$$\text{En las decenas (lleva uno): } s + s + s + 1 = \dots 2$$

$$3s = \dots 1 \Rightarrow s = 7$$

En las centenas (lleva dos):

$$p + q + r + 2 = 15; p + q + r = 13$$

$$\text{Nos piden: } p + q + r - t - s = 13 - 4 - 7 = 2$$

Clave E



13 Asignando letras al divisor y cociente:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ * * * } \overline{b3} \\ \text{ * * 7 } \overline{a4} \\ \hline - - 6 \text{ * } \\ \hline 5 \text{ m } \\ \hline \text{ * 2 } \end{array}$$

Analicemos:  $a \times b3 = **7 \Rightarrow a = 9$   
 $4 \times b3 = 5m \Rightarrow b = 1; m = 2$

Reconstruyendo la división tenemos:

$$\begin{array}{r} 1234 \overline{13} \\ 117 \overline{94} \\ \hline 64 \\ \hline 52 \\ \hline 12 \end{array}$$

$\Rightarrow$  Suma de cifras del dividendo:  
 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Clave A

14 Si:  $\overline{LEN} - \overline{TAS} = \overline{NEL}$   
 $\Rightarrow \overline{LEN} = \overline{NEL} + \overline{TAS}$

En forma vertical los sumandos.

$$\begin{array}{r} \overline{NEL} + \\ \overline{TAS} \\ \hline \overline{LEN} \end{array}$$

En las unidades:  $L + S = \overline{1N} \dots(1)$   
 En las decenas:  $1 + E + A = \overline{1E} \dots(2)$   
 En las centenas:  $N + T + 1 = L \dots(3)$

Reemplazando (3) en (1) tenemos:

$$(N + T + 1) + S = \overline{1N}$$

$$T + S + 1 = 10$$

$$\Rightarrow T + S = 9$$

En (2) tenemos:  $E + A + 1 = \overline{1E}$   
 $A + 1 = 10$   
 $\Rightarrow A = 9$

Nos piden:

Sumando  $\overline{SAT} +$   
 Verticalmente  $\overline{TAS}$   
 tenemos.  $\overline{1089}$

$T + S = 9$   
 $A + A = 18$

Clave B

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 53)

1 Si:

$$\begin{array}{r} \overline{ad} + \\ \overline{bd} \\ \overline{cd} \\ \hline 142 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \bullet d + d + d = \overline{x2} ; x = 1 \\ \quad \quad \quad d = 4 \\ \bullet a + b + c + x = 14 \\ \quad \quad \quad a + b + c + 1 = 14 \\ \quad \quad \quad a + b + c = 13 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{a + b + c - d} = \sqrt{13 - 4} = 3$$

Clave C

2  $\overline{MA} = 1 + 2 + 3 + \dots + 9$

$$\overline{MA} = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$$

$$\Rightarrow M = 4$$

$$A = 5$$

$$\therefore \overline{MAMA} + \overline{AMA} = 4545 + 545 = 5090$$

Clave C

3 Si:

$$\begin{array}{r} \overline{ab} \times \\ \overline{ba} \\ \hline 574 \end{array} \Rightarrow a \times b = \overline{x4}$$

Además:  
 $b \cdot a + y = 5$   
 Deducimos:  $x = 0$

Luego:  $a \times b = 4$

$$\downarrow \downarrow$$

$$1 \ 4 \checkmark$$

$$2 \ 2 \times$$

$$\therefore a + b = 1 + 4 = 5$$

Clave C

4

$$\begin{array}{r} \overline{211} \\ \overline{b53c} + \\ \overline{a6b} \\ \overline{7ca} \\ \hline \overline{61cb} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} c + b + a = \overline{xb} \\ c + a = \overline{x0} ; x = 1 \\ c + a = 10 \dots(\alpha) \end{array}$$

$$3 + 6 + c + 1 = \overline{yc}$$

$$10 = \overline{y0} ; y = 1$$

$$5 + a + 7 + 1 = \overline{z1}$$

$$13 + a = \overline{z1} ; z = 2$$

$$a = 8 \dots(\beta)$$



Reemplazando ( $\beta$ ) en ( $\alpha$ ):

$$c + a = 10$$

$$c + 8 = 10$$

$$c = 2$$

$$b + 2 = 6$$

$$b = 4$$

$$\therefore a - b + 2c = 8 - 4 + 2 \cdot 2 = 8$$

5

$$\begin{array}{r} \overline{pqr} \times \\ \overline{stu} \\ \hline 852 \\ 426 \\ 639 \\ \hline 69012 \end{array}$$

$\therefore \Sigma$  cifras de  $\overline{pqr} \times \overline{stu}$  es: 18

Clave B

6

$$\begin{array}{r} \overline{212} \\ \text{S A B E R} \times \\ \hline 3 \\ \text{A B E R 3} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 8571 \end{array}$$

$$3R = \overline{*3} \Rightarrow R = 1$$

$$3E = \overline{*1} \Rightarrow E = 7$$

$$3B + 2 = \overline{*7}$$

$$3B = \overline{*5} \Rightarrow B = 5$$

$$3A + 1 = \overline{*5}$$

$$3A = \overline{*4} \Rightarrow A = 8$$

$$3S + 2 = \overline{*8}$$

$$3S = \overline{*6} \Rightarrow S = 2$$

$$\therefore S + A + B + E + R = 23$$

Clave C

7

$$100U + 10N + I = 11U + 11N + 11I$$

$$\begin{array}{r} 89U = N + 10I \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 9 \quad 8 \end{array}$$

$$\therefore U - N + I = 0$$

Clave D

Clave A

$$8 \quad \overline{MAT} = 5 \times M \times A \times T$$

Analizando:

Debido al factor 5,  $\overline{MAT}$  debe terminar en 0 ó 5  $\Rightarrow T = 0; 5$

Pero T no puede ser 0, pues es un factor del miembro derecho.

$$\Rightarrow T = 5$$

$$\overline{MA5} = 5 \times M \times A \times 5$$

$$\overline{MA5} = M \times A \times 25$$

Analizando:  $A = 7; 2$

$$\Rightarrow \overline{M75} = M \times 175$$

Luego:

$$M = 1$$

$$\therefore \overline{AM}^2 = (71)^2 = 5041$$

Clave E

## NIVEL 2 (página 53)

$$9 \quad \text{Del dato: } \overline{MM} + \overline{AA} + \overline{LL} = 275$$

$$10M + M + 10A + A + 10L + L = 275$$

$$(M + A + L) = 25$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{array}$$

$$\text{Si } L = 7 \Rightarrow M + A = 18$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow M \times A \times L = 567$$

$$\text{Si } L = 8 \Rightarrow M + A = 17$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 8 \end{array}$$

$$\therefore M \times A \times L = 9 \cdot 8 \cdot 8 = 576$$

$$\text{Si } L = 9 \Rightarrow M + A = 16$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 7 \end{array}$$

$$7 \Rightarrow M \times A \times L = 567$$

$$8 \Rightarrow M \times A \times L = 576$$

$$\therefore (M \times A \times L)_{\text{máx.}} = 576$$

Clave B

$$10 \quad \text{Ordenando los sumandos:}$$

$$\begin{array}{r} \overline{11} \\ \text{BNJHB} + \\ \overline{JN1N} \\ \hline \text{HJH62} \end{array}$$

$$1 + N + J = \overline{*J}$$

$$1 + N = \overline{*0} \Rightarrow N = 9$$



En la cifra de unidades:

$$B + N = \overline{*2}$$

$$B + 9 = \overline{*2} \Rightarrow B = 3$$

$$1 + H + 1 = 6 \Rightarrow H = 4$$

$$J + N = \overline{*H}$$

$$J + 9 = \overline{*4} \Rightarrow J = 5$$

$$\therefore B + N + J + H = 21$$

Clave E

**11**  $\overline{bcc} < 500$

$$\Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4\} \dots (1)$$

Del dato:

$$\begin{array}{r} \overline{ab0} + \\ \overline{a0c} \\ \overline{bc} \\ \overline{c} \\ \hline \overline{bcc} \end{array}$$

$$c + c + c = \overline{*c} \Rightarrow 2c = \overline{*0}$$

$$\Rightarrow c = 0 \vee c = 5$$

Si  $c = 0$ , entonces:

$$2b = \overline{*c} = \overline{*0}$$

$$\Rightarrow b = 0 \vee b = 5 \text{ (no cumple)}$$

Si  $c = 5$ , entonces:

$$1 + 2b = \overline{*c} = \overline{*5}$$

$$2b = \overline{*4}$$

$$\Rightarrow b = 2 \vee b = 7 \text{ (no cumple)}$$

$$\therefore \overline{bcc} = 255$$

Clave A

**12**  $\overline{pmn} - \overline{nmp} = \overline{xyz}$

Por propiedad se cumple:

$$\Rightarrow x + z = 9 \wedge y = 9$$

$$\therefore x + y + z = 18$$

Clave C

**13**  $\overline{abc}(1000 - 1) = \dots 451$

$$\begin{array}{r} \overline{abc000} - \\ \overline{abc} \\ \hline \dots 451 \end{array}$$

$$10 - c = 1 \Rightarrow c = 9$$

$$9 - b = 5 \Rightarrow b = 4$$

$$9 - a = 4 \Rightarrow a = 5$$

$$\therefore a + b + c = 18$$

Clave B

**14** Los únicos valores de  $q$  que cumplen:

$$2q = p \wedge 6q = \overline{mn}$$

$$\text{Son: } q = \{2; 3; 4\}$$

- Si  $q = 2 \Rightarrow p = 4 \wedge \overline{mn} = 6q$   
 $\overline{mn} = 12$

No cumple,  $n = q$

- Si  $q = 4 \Rightarrow p = 8 \wedge \overline{mn} = 6 \times 4$   
 $\overline{mn} = 24$

No cumple, pues  $n = q$

- Si  $q = 3 \Rightarrow p = 6 \wedge \overline{mn} = 18$   
 $n \neq m \neq p \neq q$

$$\therefore \frac{\overline{mnp}}{q} = \frac{186}{3} = 62$$

Clave C

**15**  $11P + 11U + 11C = 100P + 10U + C$

$$\begin{array}{ccc} U + 10C = 89P \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 8 \quad 1 \end{array}$$

$$\therefore P + U + C = 18$$

Clave D

**16** Se observa que el máximo valor que puede tomar  $c$  es 6.

$$\Rightarrow c = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \text{ posibles valores}$$

$$\text{Si } c \text{ es par } \Rightarrow c = \{2; 4; 6\}$$

Tomando  $c = 2$ :

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{a} \frac{1}{b} \frac{2}{c} \times \\ \frac{7}{2a9b} & \Rightarrow b = 4 & \\ & 7a + 2 = \overline{2a} = 20 + a & \\ & \Rightarrow a = 3 & \end{array}$$

Cumple:  $c < a < b$

Para los valores  $c = \{4; 6\}$  y  $c = \{1; 3; 5\}$

No se cumple la relación:

$$\therefore a - b + c = 3 - 4 + 2 = 1$$

Clave B

**17**

$$\begin{array}{r} \overline{a a b b} \times \\ \frac{77}{731} \\ \frac{31}{\dots 041} \end{array}$$

$$7b = \overline{*1} \Rightarrow b = 3$$

$$7a + 2 = \overline{*7}$$

$$7a = \overline{*5} \Rightarrow a = 5$$

$$\therefore a + b = 8$$

Clave E



### NIVEL 3 (página 54)

18

$$\begin{array}{r} \overline{111} \\ \overline{BATA} + \dots(1) \\ \overline{BATA} \\ \hline \overline{MANTO} \\ M = 1 \end{array}$$

$$2A = \overline{*O} \text{ (2 cifras)}$$

$$A = \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

$$\text{Como } O \neq 0 \Rightarrow A \neq 5$$

Los valores que puede tomar A son:  
 $\{6; 7; 8; 9\}$

Tomando los valores  $\{6; 8\}$  no cumple (1).

Tomando  $A = 9$  se tiene:

$$\begin{array}{r} \overline{111} \\ \overline{B9T9} \times \\ \quad 2 \\ \hline \overline{9NTO} \end{array}$$

$$2 \cdot 9 = \overline{*O} \Rightarrow O = 8$$

$$2T + 1 = \overline{*T}$$

$$T + 1 = \overline{*O} \Rightarrow T = 9$$

$$2(9) + 1 = \overline{*N} \Rightarrow N = 9$$

$$2B + 1 = 19 \Rightarrow B = 9$$

$$\text{No cumple: } B = A = 9$$

Si  $A = 7$ , se tiene:

$$\begin{array}{r} \overline{111} \\ \overline{B7T7} \times \\ \quad 2 \\ \hline \overline{17NTO} \end{array}$$

$$2 \cdot 7 = \overline{*O} \Rightarrow O = 4$$

$$2T + 1 = \overline{*T} \Rightarrow T = 9$$

$$2(7) + 1 = \overline{*N} \Rightarrow N = 5$$

$$2B + 1 = 17 \Rightarrow B = 8$$

$$\therefore B + A + T + M + A + N = 37$$

Clave B

19  $1000 - \overline{abc} = \frac{\overline{bc}}{a}$

$$a[1000 - \overline{abc}] = \overline{bc}$$

$$9[1000 - 9\overline{bc}] = \overline{bc}$$

$$9[1000 - (900 + \overline{bc})] = \overline{bc}$$

$$9[1000 - 900 - \overline{bc}] = \overline{bc}$$

$$9[100 - \overline{bc}] = \overline{bc}$$

$$900 - 9\overline{bc} = \overline{bc}$$

$$900 = 10\overline{bc}$$

$$\Rightarrow \overline{bc} = 90$$

$$b = 9 \wedge c = 0$$

$$\therefore a - b + c = 0$$

Clave C

20

$$\begin{array}{r} \overline{mnmn1} \quad \overline{nm} \\ \overline{***} \quad \overline{66p} \\ \hline \overline{mnn} \\ \overline{***} \\ \hline \overline{mp1} \\ \overline{mp1} \\ \hline \overline{---} \end{array}$$

$$\Rightarrow 6(\overline{nm}) < \overline{mnm}$$

Se observa que:

$$7(99) \geq 7(\overline{nm}) > \overline{mnm}$$

$$693 > \overline{mnm}$$

$$\Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$p \cdot (\overline{nm}) = \overline{mp1} \dots(1)$$

Si m es par, entonces no se cumple (1)  $\Rightarrow m \in \{1; 3; 5\}$

Si m es 5  $\Rightarrow p \cdot (\overline{nm})$  termina en 0 ó 5 (no cumple (1)).

$$\text{Si m es 1} \Rightarrow \nexists p \text{ tal que } p \cdot (\overline{n1}) = \overline{1p1}$$

Si m = 3, entonces:

$$p \cdot (\overline{n3}) = \overline{3p1}$$

↓  
7

$$\Rightarrow 7(10n + 3) = 371$$

$$70n + 21 = 371$$

$$70n = 350 \Rightarrow n = 5$$

$$\therefore m + n + p = 15$$

Clave B

21

$$\begin{array}{r} \overline{MUY} \times \\ \overline{JOCOSO} \\ \hline \overline{000} \\ 635 \\ \overline{000} \\ 508 \\ \overline{000} \\ 381 \\ \hline \overline{38614350} \end{array}$$

$$\Sigma \text{ cifras es: } 30$$

Clave D



22

$$\begin{array}{r} 11 \\ abcd + \\ cbe \\ \hline bc0f \end{array}$$

- $b + 1 + c = \overline{*c}$   
 $b + 1 = \overline{*0} \Rightarrow b = 9$
- $d + e = \overline{*f} \vee d + e = f \quad \dots(1)$

$$\Rightarrow c + b + 1 = 10 \vee c + b = 10$$

$$\begin{array}{ccc} c + b = 9 & & \downarrow \downarrow \\ \downarrow \downarrow & & 1 \quad 9 \end{array}$$

- $c = 1 \wedge b = 9$  hacen que  $\overline{bc0f}$  sea el mayor número.
- $a + 1 = b \Rightarrow a = 8$

De (1):  $d + e = f$ , el valor máximo que puede tomar  $f$  es 7.

$\therefore \overline{bc0f} = 9107$  es el mayor número.

Clave C

23

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 4 & 5 & 7 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 5 \\ \hline & 3 & 5 & \\ \hline & 3 & 5 & \\ \hline \end{array}$$

1.º  $7 \times 3 = 21$   
2.º  $5 \times 7 = 35$   
3.º  $35 \times 7 = 245$

$\therefore$  La suma de cifras del dividendo es:  $2 + 4 + 5 = 11$

Clave D

24

$$\begin{array}{r} B E B E + \\ M E M E \\ \hline R O R O O \end{array} \Rightarrow E + E = \overline{x0}$$

$$x = 1 \Rightarrow E = 5$$

$$x = 0 \Rightarrow E = 0$$

Para  $x = 1$ ;  $E = 5$

- $B + M + 1 = 10$   
 $B + M = 9$

- $E + E + 1 = \overline{...R}$   
 $11 = \overline{...R}$   
 $R = 1$

- $B + M + 1 = \overline{RO}$   
 $9 + 1 = 10$   
 $10 = 10$  cumple

Para  $x = 0$ ;  $E = 0$

- $B + M + 0 = 10$   
 $B + M = 10$

- $E + E + 1 = \overline{...R}$   
 $0 + 0 + 1 = \overline{...R}$   
 $R = 1$

- $B + M + 0 = \overline{RO}$   
 $10 + 0 = 10$   
 $10 = 10$  cumple

$\therefore$  La suma  $\overline{ROROO} = 10100$

Clave A

25 Del problema:

$$\begin{array}{r} \overline{DOS} + \\ \overline{DOS} \\ \hline \overline{TRES} \end{array}$$

- $\Rightarrow$
- $S + S = \overline{...S}$ ;  $S = 0$
  - T solamente puede ser 1;  $T = 1$
  - $O + O = \overline{...E} > \Rightarrow O = 8$   
# par  $E = 6$
  - $D + D + 1 = \overline{3} \Rightarrow D = 7$ ;  $R = 5$
- $\therefore T + R + E + S = 12$

Clave B

26

$$\begin{array}{r} \overline{p72} + \\ \overline{5a8} \\ \hline \overline{86m} \\ 2387 \end{array}$$

- $\Rightarrow$
- $2 + 8 + m = \overline{x7}$ ;  $x = 1$   
 $10 + m = 17$   
 $m = 7$
  - $7 + a + 6 + 1 = \overline{y8}$ ;  $y = 1$   
 $a + 14 = 18$   
 $a = 4$
  - $p + 5 + 8 + 1 = 23$   
 $p = 9$

$\therefore \overline{mama} + \overline{papa} = 7474 + 9494 = 16968$

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 59)

- 1 Sean  $a$  y  $b$  los números.

$$MA(a; b) = 5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 5 \Rightarrow a+b = 10 \quad \dots(I)$$

$$MH(a; b) = \frac{16}{5} \Rightarrow \frac{2ab}{a+b} = \frac{16}{5}$$

$$\frac{2ab}{10} = \frac{16}{5} \Rightarrow ab = 16 \quad \dots(II)$$

$$\text{De (I) y (II): } a = 8 \text{ y } b = 2$$

Clave B

- 2 Sean  $a$  y  $b$  los números.

$$MG(a; b) = 18 \Rightarrow \sqrt{ab} = 18$$

$$ab = 324 \quad \dots(I)$$

$$MH(a; b) = \frac{72}{5} \Rightarrow \frac{2ab}{a+b} = \frac{72}{5}$$

$$\Rightarrow a+b = 45 \quad \dots(II)$$

$$\text{De (I) y (II): } a = 36 \text{ y } b = 9$$

Clave D

- 3 Sean  $x+2$ ;  $x+4$ ;  $x+6$ ;  $x+8$ ;  $x+10$ ;  $x+12$  los 6 números pares consecutivos.

Según el enunciado:

$$\frac{x+2+x+4+x+6+x+8+x+10+x+12}{6} = 21$$

$$6x + 42 = 126$$

$$6x = 84 \Rightarrow x = 14$$

$$\text{Luego: números mayores } \begin{cases} x+10 = 24 \\ x+12 = 26 \end{cases}$$

$$\text{Finalmente: } MA(24; 26) = \frac{24+26}{2} = 25$$

Clave C

- 4 Sean:  $x+2$ ;  $x+4$ ;  $x+6$ ;  $x+8$ ;  $x+10$ ;  $x+12$  los 6 números pares consecutivos.

Según el enunciado:

$$\frac{x+2+x+4+x+6+x+8+x+10+x+12}{6} = 17$$

$$6x + 42 = 102$$

$$6x = 60 \Rightarrow x = 10$$

6 números pares siguientes: 24; 26; 28; 30; 32; 34

Finalmente:

$$MA = \frac{24+26+28+30+32+34}{6} = 29$$

Clave A

- 5 Sean  $a_1$ ;  $a_2$ ;  $a_3$ ; ... ;  $a_{12}$  los 12 números.

Según el enunciado:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12}}{12} = 14$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} = 168$$

Se agrega 19 y 23:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} + (19 + 23)}{14}$$

$$\frac{168 + 42}{14} = \frac{210}{14} = 15$$

Clave D

- 6 Sean  $a_1$ ;  $a_2$ ;  $a_3$ ; ... ;  $a_{15}$  los 15 números.

Según el enunciado:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}}{15} = 18$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15} = 270$$

Se agrega 25 y 28:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15} + (25 + 28)}{17}$$

$$\frac{270 + 53}{17} = \frac{323}{17} = 19$$

Clave B

- 7 Sean  $a_1$ ;  $a_2$ ;  $a_3$ ; ... ;  $a_{20}$  las notas de los 20 alumnos.

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20}}{20} = 14$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20} = 280$$

Sean  $b_1$ ;  $b_2$ ;  $b_3$ ; ... ;  $b_{30}$  las notas de los 30 alumnos.

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{30}}{30} = 11$$

$$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{30} = 330$$





Luego, la MA de los 50 alumnos:

$$MA = \frac{280 + 330}{50} = \frac{610}{50} = 12,2$$

Clave C

- 8 Sean  $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{50}$  los 50 números.

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{50}}{50} = 60$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{50} = 3000$$

Se retiran 10 cuyo promedio es 40

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}}{10} = 40$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 400$$

Luego:

$$MA = \frac{3000 - 400}{40} = \frac{2600}{40} = 65$$

$\therefore$  Aumenta en 5.

Clave B

- 9 Sean las edades de las 4 personas:  $a; b; c$  y  $d$

$$MA = \frac{a + b + c + d}{4} = 65 \Rightarrow a + b + c + d = 260$$

Sea "a" la edad mínima, además:  $b = c = d = 70$

Luego:

$$a + 70 + 70 + 70 = 260$$

$$a + 210 = 260$$

$$a = 50$$

Clave D

- 10 Sean  $a; b; c; d$  y  $e$  las canastas de cada integrante.

Sea "a" el mínimo n.º de canastas, además:

$$b = c = d = e = 30$$

Luego:

$$MA = \frac{a + 30 + 30 + 30 + 30}{5} = 26$$

$$a + 120 = 130$$

$$a = 10$$

Clave A

- 11 Sean  $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{12}$  los 12 números.

$$MA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12}}{12} = 15$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} = 180$$

Se quitan 2 números cuyo promedio es 25

$$MA = \frac{a_1 + a_2}{2} = 25 \Rightarrow a_1 + a_2 = 50$$

Luego:

$$MA = \frac{(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12}) - (a_1 + a_2)}{10}$$

$$MA = \frac{180 - 50}{10} = 13$$

$\therefore$  El promedio disminuye en 2.

Clave E

- 12 Sean "a" y "b" los números.

$$\text{Por dato: } a + b = 100 \Rightarrow MA(a; b) = \frac{100}{2} = 50$$

$$\text{También: } MH = 32$$

Sabemos que:

$$MG^2 = MA \cdot MH$$

$$MG^2 = 50 \cdot 32$$

$$MG^2 = 1600$$

$$MG = 40$$

Clave C

- 13 Sean:  $a; b; c$  y  $d$  las edades de las 4 personas.

Del dato:

$$\frac{a + b + c + d}{4} = 34 \Rightarrow a + b + c + d = 136$$

Sea  $x$  la edad de la quinta persona.

$$\text{Luego: } MA = \frac{a + b + c + d + x}{5} = 30$$

$$136 + x = 150$$

$$x = 14$$

Clave D

- 14 Sean:  $x + 1; x + 2; x + 3; \dots; x + 81$  los 81 números

$$MA = \frac{x + 1 + x + 2 + x + 3 + \dots + x + 81}{81} = 104$$

$$81x + 3321 = 8424$$

$$81x = 5103$$

$$x = 63$$

$$\text{Luego: } \begin{cases} \text{menor: } x + 1 = 64 \\ \text{mayor: } x + 81 = 144 \end{cases}$$

$$\text{Finalmente: } MG(x + 1; x + 81) = \sqrt{64 \times 144}$$

$$= 8 \times 12 = 96$$

Clave E



## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 61)

- 1 Sean los números:  $x$ ;  $\frac{3x}{2}$ ;  $2x$

$$\text{Por condición del problema: } 30 = \frac{x + \frac{3x}{2} + 2x}{3}$$

$$x = 20$$

$\therefore$  El mayor es:  $2x = 2(20) = 40$

Clave B

- 2 Sea:  $\sum S_x = 1 + 2 + 3 + \dots x = \frac{x(x+1)}{2}$

Por condición del problema:

$$\frac{\sum S_x}{x} = 15$$

$$\frac{x(x+1)}{2} = 15$$

$$x + 1 = 30$$

$$x = 29$$

Los 10 números siguientes son:

$$S_{30 \dots 39} = 30 + 31 + 32 + \dots + 39$$

$$= \frac{10(30 + 39)}{2} = 345$$

$$\therefore MA = \frac{S_{30 \dots 39}}{10} = \frac{345}{10} = 34,5$$

Clave E

- 3 Por condición del problema:

$$MA = \frac{0,2x + 0,3x}{2}$$

$$\downarrow$$

$$0,01 = \frac{0,5x}{2}$$

$$\therefore x = 0,04$$

Clave D

- 4 Sean los números:  $x$ ;  $x + 2$

$$MA = \frac{x + x + 2}{2}$$

$$\downarrow$$

$$17 = \frac{2x + 2}{2}$$

$$x = 16 \Rightarrow 16; 18$$

Los pares siguientes son: 20; 22

$$\therefore MA = \frac{20 + 22}{2} = 21$$

Clave A

- 5 Sean los números:  $2x + 1$ ;  $2x + 3$ ;  $2x + 5$

$$MA = \frac{2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5}{3}$$

$$\downarrow$$

$$15 = \frac{6x + 9}{3}$$

$$x = 6 \Rightarrow 13; 15; 17$$

Los impares siguientes: 19, 21; 23

$$\therefore MA = \frac{19 + 21 + 23}{3} = 21$$

Clave D

- 6 Sean los números:  $a$ ;  $b$ ;  $c$ ;  $d$

$$\text{Por condición del problema: } 36 = \frac{\overbrace{a+b}^{40} + c + d}{4}$$

$$36 = \frac{40 + c + d}{4}$$

$$c + d = 104$$

$$\therefore MA = \frac{c + d}{2} = \frac{104}{2} = 52$$

Clave E

- 7 Por dato tenemos:

$$\frac{8 + 9 + 10 + 11 + 13 + 14 + x}{7} = 12$$

$$65 + x = 84$$

$$\therefore x = 19$$

Clave B

- 8 Sean los números:  $k$ ;  $2k$

Por condición del problema:

$$MA = \frac{k + 2k}{2}$$

$$\downarrow$$

$$6 = \frac{3k}{2}$$

$$k = 4$$

Los números son: 4; 8

$\therefore$  El mayor es 8.

Clave A

- 9 Sean los números:  $a$ ;  $a + 1$ ;  $a + 2$ ;  $a + 3$ ;  $a + 4$

Por condición del problema:

$$\frac{a + a + 1 + a + 2 + a + 3 + a + 4}{5} = 20$$

$$a = 18$$



Los 3 números consecutivos siguientes son:  
 $a + 5$ ;  $a + 6$ ;  $a + 7$

Luego el promedio es:

$$\frac{a + 5 + a + 6 + a + 7}{3} = \frac{3a + 18}{3} = a + 6$$

$$\therefore \text{Promedio} = 18 + 6 = 24$$

Clave C

**10** Promedio =  $\frac{10 \cdot 20 + 30 \cdot 40}{20 + 40} = \frac{1400}{60}$

$$\therefore \text{Promedio} = 23,3$$

Clave B

## NIVEL 2 (página 61)

**11** Sean los números:  $16k$ ;  $9k$

$$MA = \frac{16k + 9k}{2} = \frac{25k}{2}$$

$$MG = \sqrt{16k \cdot 9k} = 12k$$

$$\therefore \frac{MA}{MG} = \frac{\frac{25k}{2}}{\frac{12k}{1}} = \frac{25}{24}$$

Clave A

**12** Según el enunciado:

$$MG = \sqrt{12 \cdot a}$$

↓

$$6 = \sqrt{12 \cdot a}$$

$$6^2 = 12 \cdot a$$

$$\therefore a = 3$$

Clave E

**13** Del enunciado:

$$P = MA(6; 2) = \frac{6 + 2}{2} = 4$$

$$Q = MA(4; 12) = \frac{4 + 12}{2} = 8$$

Luego:

$$MG(4; 8) = \sqrt{4 \cdot 8} = \sqrt{32}$$

$$\therefore MG = 4\sqrt{2}$$

Clave B

**14** Del enunciado:

$$A = MA(100; 35) = \frac{100 + 35}{2} = \frac{135}{2}$$

$$B = MA(10; 5) = \frac{10 + 5}{2} = \frac{15}{2}$$

Luego:

$$MG\left(\frac{135}{2}; \frac{15}{2}\right) = \sqrt{\frac{135}{2} \times \frac{15}{2}} = \frac{45}{2}$$

$$\therefore MG = 22,5$$

Clave D

**15** Del enunciado:

$$M = MA(4; 8) = \frac{4 + 8}{2} = 6$$

$$N = MA(7; 1) = \frac{7 + 1}{2} = 4$$

Luego:

$$\therefore MH(6; 4) = \frac{2 \cdot 6 \cdot 4}{6 + 4} = 4,8$$

Clave C

**16** Suma de los 20 números:  $S_{20}$

Nuevo número que se le agregó:  $x$

$$\Rightarrow \text{Promedio} = \frac{S_{20}}{20}$$

$$25 = \frac{S_{20}}{20}$$

$$S_{20} = 500$$

Además:

$$\frac{S_{20} + x}{21} = 25$$

$$S_{20} + x = 525$$

↓

$$500 + x = 525$$

$$\therefore x = 25$$

Clave A

**17** Suma de los 40 números:  $S_{40}$

Suma de los 5 números:  $S_5$

Del enunciado tenemos:

$$\text{Promedio} \frac{S_{40}}{40} = 80$$

$$S_{40} = 3200$$

Luego:

$$\frac{S_{40} - S_5}{35} = 84$$

$$\frac{3200 - S_5}{35} = 84; S_5 = 260$$

$$\therefore \text{Promedio} = \frac{S_5}{5} = \frac{260}{5} = 52$$

Clave C



**18** Suma de 3 números:  $S_3$

Cuarto número:  $x$

Del enunciado tenemos:

$$MA = \frac{S_3}{3}$$

↓

$$k = \frac{S_3}{3}$$

$$S_3 = 3k$$

Además:

$$k + 1 = \frac{S_3 + x}{4}$$

$$k + 1 = \frac{3k + x}{4}$$

$$4k + 4 = 3k + x$$

$$\therefore x = k + 4$$

Clave D

**19** Según el enunciado:

$$A = MG(12; 48) = \sqrt{12 \cdot 48} = 24$$

$$B = MG(20; 80) = \sqrt{20 \cdot 80} = 40$$

Luego:

$$MH(24; 40) = 2 \cdot \frac{24 \cdot 40}{24 + 40}$$

$$\therefore MH = 30$$

Clave E

**20** Del enunciado:

$$\text{Promedio} = \frac{a^2 \cdot b + b^2 \cdot a}{b + a} = \frac{ab(a + b)}{a + b}$$

$$\therefore \text{Promedio} = ab$$

Clave C

**NIVEL 3 (página 62)**

**21** Del enunciado, planteamos:

$$18,5 = \frac{a+b}{2}; a + b = 37 \quad \dots(1)$$

$$17,5 = \sqrt{a \cdot b}; a \cdot b = \left(\frac{35}{2}\right)^2 \quad \dots(2)$$

De (1) y (2) obtenemos:

$$a = \frac{49}{2}$$

$$b = \frac{25}{2}$$

$$\therefore \text{El mayor es } \frac{49}{2}.$$

Clave B

**22** Del enunciado:

$$MG(a; b) = 6 = \sqrt{a \cdot b} \Rightarrow a \cdot b = 36$$

$$MG(c; d) = 4 = \sqrt{c \cdot d} \Rightarrow c \cdot d = 16$$

Nos piden:

$$MG(a; b; c; d) = \sqrt[4]{\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{36 \cdot 16}}$$

$$MG = \sqrt[4]{\frac{6^2 \cdot 4^2}{36 \cdot 16}} = \sqrt[4]{6 \cdot 4}$$

$$\therefore MG = 2\sqrt{6}$$

Clave C

**23** Del enunciado:

$$MA(a; 18) = \frac{a + 18}{2} = 21 \Rightarrow a = 24$$

$$MA(22; b) = \frac{22 + b}{2} = 23 \Rightarrow b = 24$$

Nos piden:

$$MG(a; b) = MG(24; 24) = \sqrt{24 \cdot 24}$$

$$\therefore MG = 24$$

Clave D

**24** Del enunciado:

$$MH(a; 4) = 6 = 2 \cdot \frac{a \cdot 4}{a + 4} \Rightarrow a = 12$$

$$MH(8; b) = 12 = \frac{2 \cdot 8 \cdot b}{8 + b} \Rightarrow b = 24$$

Nos piden:

$$MH(a; b) = MH(12; 24) = 2 \cdot \frac{12 \cdot 24}{12 + 24} = 16$$

$$\therefore MH = 16$$

Clave E

$$\text{Promedio} = \frac{12 \cdot 5 + 13 \cdot 2 + 14 \cdot 6 + 11 \cdot 8 + 15 \cdot 4}{5 + 2 + 6 + 8 + 4}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 12,72$$

Clave C

**26** Suma de 20 números:  $S_{20}$

Suma de 30 números:  $S_{30}$

Del enunciado planteamos:

$$\text{Promedio} = \frac{S_{20}}{20}$$

$$35 = \frac{S_{20}}{20}$$

$$S_{20} = 700$$

$$\text{Promedio} = \frac{S_{30}}{30}$$

$$60 = \frac{S_{30}}{30}$$

$$S_{30} = 1800$$



Nos piden:

$$\text{Promedio} = \frac{S_{30} + S_{20}}{20 + 30} = \frac{1800 + 700}{50}$$

$$\therefore \text{Promedio} = 50$$

Clave D

**27** Datos:

$$MA(a; b) = \frac{a+b}{2} = 20 \Rightarrow a + b = 40$$

$$MG(a; b) = \sqrt{a \cdot b} = 10 \Rightarrow a \cdot b = 100$$

Nos piden:

$$MH(a, b) = 2 \cdot \frac{\frac{100}{a+b}}{\frac{a+b}{2}} = \frac{2 \cdot 100}{40}$$

$$\therefore MH = 5$$

Clave A

**28** Sean las edades: a; b; c; d

Donde:  $\{a; b; c, d\} \geq 45$  años

$$\text{Promedio} \frac{a+b+c+d}{4} = 48$$

Para que una de las edades sea máxima las otras 3 deben ser mínimas.

$a = 45; b = 45; c = 45$ ; Luego d es máxima

$$\frac{45+45+45+d}{4} = 48$$

$$\therefore d_{\text{máx.}} = 57 \text{ años}$$

Clave B

**29** Del enunciado planteamos:

$$\frac{MA}{MH} = \frac{25}{9} = \frac{\frac{a+b}{2}}{\frac{2ab}{a+b}} = \frac{(a+b)(a+b)}{4ab} = \frac{(a+b)^2}{4ab}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{(a+b)^2}{4ab}; \text{ sacando raíz cuadrada:}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{a+b}{\sqrt{a \cdot b}}; \text{ por simple inspección: } a = 9 \wedge b = 1$$

$$\therefore MG = \sqrt{9 \cdot 1} = 3$$

Clave B

**30** Datos:

$$MA(a; b)MH(a; b) = 196$$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)\left(\frac{2ab}{a+b}\right) = 196$$

$$ab = 196$$

$$\Rightarrow MG(a; b) = \sqrt{196} = 14$$

$$MA(a; b)MG(a; b) = 245$$

$$\frac{a+b}{2} \cdot 14 = 245$$

$$a+b = \frac{245 \cdot 2}{14}$$

$$\therefore a+b = 35$$

Clave A

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 68)

1 Si:

$$\begin{aligned} m \boxtimes n &= 5m - 2n & m \boxdot n &= 5m - 2n \\ 4 \boxtimes 8 &= 5 \cdot 4 - 2 \cdot 8 & 3 \boxdot 7 &= 5 \cdot 3 - 2 \cdot 7 \\ 4 \boxtimes 8 &= 4 & 3 \boxdot 7 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \boxtimes n &= 5m - 2n \\ 1 \boxtimes 1 &= 5 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \\ 1 \boxtimes 1 &= 3 \\ \therefore S &= \frac{4 \boxtimes 1}{3} = \frac{5 \cdot 4 - 2 \cdot 1}{3} = 6 \end{aligned}$$

2 Si:  $\boxed{a} = 5 \cdot a - 2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \boxed{2} &= 5 \cdot 2 - 2 \\ \boxed{2} &= 8 \\ \boxed{2} &= \boxed{8} = 5 \cdot 8 - 2 = 38 \\ \therefore S &= \sqrt{38 - 2} = \sqrt{36} = 6 \end{aligned}$$

3 Si:  $a \# b = \frac{a-b}{a}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{1}{2} \# \frac{1}{3}\right) &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \\ \left(\frac{1}{4} \# \frac{1}{5}\right) &= \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{5} \\ \therefore \left(\frac{1}{2} \# \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{4} \# \frac{1}{5}\right) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

4 Si:  $\boxed{x} = x^3 - x^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \boxed{3} &= 3^3 - 3^2 = 18 \\ \therefore \sqrt{\boxed{3}} - 2 &= \sqrt{18 - 2} = \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

5 Si:  $\boxed{a} \boxed{b} = a^2 - 5b$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \boxed{4} \boxed{2} &= 4^2 - 5 \cdot 2 = 6 \\ \boxed{3} \boxed{1} &= 3^2 - 5 \cdot 1 = 4 \\ \therefore \boxed{4} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{1} &= \boxed{6} \boxed{4} = 6^2 - 5 \cdot 4 = 16 \end{aligned}$$

6 Si:  $\boxed{x} = 2x + 3$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \boxed{3} &= 2 \cdot 3 + 3 = 9 \\ \boxed{6} &= 2 \cdot 6 + 3 = 15 \end{aligned}$$

Si:  $\boxed{x} = 3x - 2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \boxed{3} &= 3 \cdot 3 - 2 = 7 \\ \boxed{6} &= 3 \cdot 6 - 2 = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore E &= \boxed{3} + \boxed{3} + \boxed{6} + \boxed{6} \\ E &= 9 + 7 + 15 + 16 \\ E &= 47 \end{aligned}$$

Clave A

7 Si:  $\triangle_{a,b,c} = b^3 - a \cdot c$

$$\Rightarrow \triangle_{5,4,12} = 4^3 - 5 \cdot 12 = 4$$

$$\triangle_{7,2,1} = 2^3 - 7 \cdot 1 = 1$$

$$\triangle_{8,3,3} = 3^3 - 8 \cdot 3 = 3$$

$$\therefore \triangle_{1,4,3} = 4^3 - 3 \cdot 1 = 61$$

Clave D

8 Como:  $\boxed{a} \boxed{b} = a^2 - 2b$

$$\Rightarrow \boxed{4} \boxed{5} = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6$$

$$\Rightarrow \boxed{7} \boxed{20} = 7^2 - 2 \cdot 20 = 9$$

Finalmente:

$$\boxed{4} \boxed{5} \boxed{7} \boxed{20} = \boxed{6} \boxed{9} = 6^2 - 2 \cdot 9 = 18$$

Clave B

9 Como:

$$\boxed{a} \boxed{b} = 8a - 6b$$

$$\Rightarrow \boxed{x+6} \boxed{x+5} = 8(x+6) - 6(x+5) = 100$$

$$\Rightarrow 8x + 48 - 6x - 30 = 100$$

$$2x = 82$$

$$x = 41$$

Clave A

10 Como:  $\boxed{a} \boxed{b} = 2 \cdot a - 5 \cdot b$

$$\Rightarrow \boxed{3x+2} \boxed{x-1} = 2(3x+2) - 5(x-1) = 60$$

$$\Rightarrow 6x + 4 - 5x + 5 = 60$$

$$x = 51$$

Clave D



11 Como:  $a \oplus b = 3 \cdot a - b$   
 $\Rightarrow x \oplus 13 = 3 \cdot x - 13$

Finalmente:  $(x \oplus 13) \oplus 2 = 31$   
 $(3x - 13) \oplus 2 = 31$   
 $3(3x - 13) - 2 = 31$   
 $3x - 13 = 11$   
 $3x = 24$   
 $x = 8$

12 Como  $a \emptyset b = 2a + b^2$   
 $\Rightarrow 5 \emptyset x = 2 \cdot 5 + x^2 = 19$   
 $x^2 = 9$   
 $x = 3$

13 Como:  $a \alpha b = \frac{a-b}{a+b}$   
 $\Rightarrow x \alpha 5 = \frac{x-5}{x+5}$   
 $9 \alpha 4 = \frac{9-4}{9+4} = \frac{5}{13}$

Finalmente:  $\frac{x-5}{x+5} = \frac{5}{13} \quad \therefore x = \frac{45}{4}$

14 Como:  $a \emptyset b = a^2 - b^2$   
 $\Rightarrow x \emptyset 2 = x^2 - 2^2 = 21$   
 $\Rightarrow x^2 - 4 = 21$   
 $x^2 = 25$   
 $x = 5$

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 70)

1 Si:  $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline b & c \\ \hline \end{array} = 2a + b - c$   
 $\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 7 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline \end{array} = 2(5) + 7 - 3 = 14$

2 Si:  $\begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline a \triangle c \\ \hline \end{array} = a + b + c - 4$   
 $\begin{array}{|c|} \hline -2 \\ \hline 12 \triangle 13 \\ \hline \end{array} = 12 - 2 + 13 - 4 = 19$

3 Si:  $m \# n = n^2 + 2n$   
 $24 \# 3 = 3^2 + 2(3) = 15$

4 Si:  $a \Delta b = \frac{a-b}{3}$   
 $(18 \Delta 3) + (8 \Delta 5) = \frac{18-3}{3} + \frac{8-5}{3} = 6$

5 Si:  $a \# b = a^2 + 3b + 1$   
 $4 \# 2 = 4^2 + 3(2) + 1 = 23$

6 Si:  $P \# Q = P + Q - 2$   
 $M = (3 \# 4) + (8 \# 2)$   
 $3 \# 4 = 3 + 4 - 2 = 5$   
 $8 \# 2 = 8 + 2 - 2 = 8$   
 $\therefore M = 5 + 8 = 13$

7 Si:  $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & \\ \hline \end{array} = a^2 + b^2 - c^2$   
 $\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 3 \\ \hline 2 & \\ \hline \end{array} = 5^2 + 3^2 - 2^2 = 30$

8 Si:  $\begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline n \div p \\ \hline \end{array} = m^3 - n^2 - p$   
 $\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 5 \div 6 \\ \hline \end{array} = 4^3 - 5^2 - 6 = 33$

9 Si:  $\begin{array}{|c|} \hline a \times b \\ \hline a \div n \\ \hline \end{array} = \frac{a \times b}{m+n}$   
 $\begin{array}{|c|} \hline 8 \times 12 \\ \hline 5 \div 7 \\ \hline \end{array} = \frac{5 \cdot 12}{8+7} = \frac{60}{15} = 4$

10 Si:  $a \# b = \frac{a+b}{2}$   
 $E = (16 \# 4) + (5 \# 3)$   
 $E = \frac{16+4}{2} + \frac{5+3}{2}$   
 $E = 10 + 4 = 14$

11 Si:  $a \Delta b = \frac{a+b}{a-b}$   
 $M = (5 \Delta 4) + (4 \Delta 3)$   
 $M = \frac{5+4}{5-4} + \frac{4+3}{4-3}$   
 $M = 9 + 7 = 16$

12 Si:  $\begin{array}{|c|} \hline n \\ \hline a \div b \\ \hline \end{array} = \frac{a-b}{n}$   
 $\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 20 \div 5 \\ \hline \end{array} = \frac{20-5}{5} = 3$   
 $\begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline 28 \div 4 \\ \hline \end{array} = \frac{28-4}{8} = 3$   
 $\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 20 \div 5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline 28 \div 4 \\ \hline \end{array} = 3 + 3 = 6$

Clave D

Clave E

Clave E

Clave B

Clave C

Clave C

Clave E

Clave B

Clave E

Clave B

Clave C

Clave A

Clave D

Clave C

Clave A

Clave E



## NIVEL 2 (página 71)

13 Si:  $a \oplus b = 15a - 3b$

$$E = (8 \oplus 20) + (4 \oplus 10)$$

$$8 \oplus 20 = 15(8) - 3(20) = 60$$

$$4 \oplus 10 = 15(4) - 3(10) = 30$$

$$\therefore E = 60 + 30 = 90$$

Clave E

14 Si:  $a \Delta b = 5a - 7b$

$$S = (2 \Delta 1) \Delta (3 \Delta 2)$$

$$2 \Delta 1 = 5(2) - 7(1) = 3$$

$$3 \Delta 2 = 5(3) - 7(2) = 1$$

$$\therefore S = 3 \Delta 1 = 5(3) - 7(1) = 8$$

Clave A

15 Si:  $a \% b = a^2 - 2b$

$$R = (4 \% 5) \% (7 \% 20)$$

$$4 \% 5 = 4^2 - 2(5) = 6$$

$$7 \% 20 = 7^2 - 2(20) = 9$$

$$\therefore R = 6 \% 9 = 6^2 - 2(9) = 18$$

Clave C

16 Si:  $a \odot b = 3a - b$

$$(8 \odot 13) \odot 2 = (3(8) - 13) \odot 2 = 11 \odot 2$$

$$11 \odot 2 = 3(11) - 2 = 31$$

Clave A

17 Si:  $m \# n = m^2 - 5n$

$$A = (4 \# 2) \# (3 \# 1)$$

$$4 \# 2 = 4^2 - 5(2) = 6$$

$$3 \# 1 = 3^2 - 5(1) = 4$$

$$\Rightarrow A = 6 \# 4 = 6^2 - 5(4) = 16$$

Clave D

18 Si:  $x \Delta y = 5x - 2y$

$$S = (4 \Delta 8) \Delta (3 \Delta 7)$$

$$4 \Delta 8 = 5(4) - 2(8) = 4$$

$$3 \Delta 7 = 5(3) - 2(7) = 1$$

$$\Rightarrow S = 4 \Delta 1 = 5(4) - 2(1) = 18$$

Clave D

19 Si:  $\triangle x = 3x - 5$

$$\sqrt{\triangle 4} = \sqrt{3(3(4) - 5) - 5} = 4$$

Clave B

20 Si:  $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & \end{array} = a \cdot b + c$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline p & \\ \hline m & n \\ \hline \end{array} = (m - n) \cdot p$$

$$E = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 2 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array}$$

$$E = (3 \cdot 2 + 5) + (3 - 2)5$$

$$E = 11 + 5 = 16$$

Clave E

21 Si:  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline \end{array} = \sqrt{\frac{2a+3b}{c}} - 1$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 8 & 2 \\ \hline \end{array} = \sqrt{\frac{2(5)+3(8)}{2}} - 1 = 4$$

Clave C

22 Si:  $m \# n = m^2 - 3n$

$$S = \sqrt[3]{(6 \# 10) + 2}$$

$$S = \sqrt[3]{6^2 - 3(10) + 2}$$

$$S = \sqrt[3]{8} = 2$$

Clave C

23 Si:  $m \# n = \sqrt{m + 3n + 11}$

$$8 \# 2 = \sqrt{8 + 3(2) + 11}$$

$$8 \# 2 = \sqrt{25}$$

$$8 \# 2 = 5$$

Clave A

24 Si:  $A \boxtimes B = \sqrt{A^2 + B^2 + 6}$

$$3 \boxtimes 1 = \sqrt{3^2 + 1^2 + 6} = 4$$

Clave D

25 Si:  $m \Delta n \square q = \frac{m+q}{n}$

$$8 \Delta 3 \square 10 = \frac{8+10}{3} = 6$$

Clave B

## NIVEL 3 (página 72)

26 Si:  $\textcircled{a} = a^2 + 1$

$$S = \sqrt{\textcircled{2} - \textcircled{3}}$$

$$\textcircled{2} = 2^2 + 1 = 5$$

$$\Rightarrow \textcircled{2} = \textcircled{5} = 5^2 + 1 = 26$$

$$\textcircled{3} = 3^2 + 1 = 10$$

$$\therefore S = \sqrt{26 - 10} = 4$$

Clave C

27 Si:  $\square x = 2x + 1$

$$\triangle x = 2x - 1$$

$$\triangle 3 = 2(3) - 1 = 5$$

$$\Rightarrow \triangle \square 3 = \square 5 = 2(5) + 1 = 11$$

Clave B

28 Si:  $\textcircled{x} = x^2 - 2$

$$\triangle x = 2x + 3$$

$$\textcircled{3} = 3^2 - 2 = 7$$

$$\Rightarrow \triangle \textcircled{3} = \triangle 7 = 2(7) + 3 = 17$$

Clave A





29 Si:  $\textcircled{x} = x^2 + x + 1$

$\textcircled{x} = x^2 + x - 2$

$E = \textcircled{2} + \textcircled{3}$

$\textcircled{2} = 2^2 + 2 + 1 = 7$

$\textcircled{3} = 3^2 + 3 - 2 = 10$

$\therefore E = 7 + 10 = 17$

Clave C

30 Si:  $\textcircled{a} = \frac{a^2 + 1}{2}$

$\textcircled{b} = \frac{b^2 - 1}{3}$

$M = \textcircled{3} + \textcircled{5}$

$M = \frac{3^2 + 1}{2} + \frac{5^2 - 1}{3}$

$M = 5 + 8 = 13$

Clave E

31 Si:  $\textcircled{x} = 2x + 3$

$\textcircled{x} = 3x - 2$

$\textcircled{4} = 3(4) - 2 = 10$

$\Rightarrow \textcircled{4} = \textcircled{10} = 2(10) + 3 = 23$

$\therefore \sqrt[3]{\textcircled{4}} + 4 = \sqrt[3]{27} = 3$

Clave D

32 Si:  $a \alpha b = 5a - 7b$

$(x \alpha 1) \alpha (3 \alpha 2) = 8$

$[5x - 7(1)] \alpha [5(3) - 7(2)] = 8$

$(5x - 7) \alpha 1 = 8$

$5(5x - 7) - 7(1) = 8$

$25x - 35 - 7 = 8$

$25x = 50$

$x = 2$

Clave C

33 Si:  $a \Delta b = 12a + 2b$

$(1 + x) \Delta (1 - 4x) = 40$

$12(1 + x) + 2(1 - 4x) = 40$

$12 + 12x + 2 - 8x = 40$

$4x = 26$

$x = \frac{13}{2}$

Clave E

34 Si:  $\begin{cases} x \square y = \frac{x+y}{2} \\ x \Delta y = \frac{x-y}{2} \end{cases}$

$M = (10 \square 4) - (6 \Delta 2)$

$M = \left(\frac{10+4}{2}\right) - \left(\frac{6-2}{2}\right)$

$M = 7 - 2 = 5$

Clave D

35 Si:  $a \Delta b = a + b$

$a \ominus b = a - b$

$(x \Delta 4) + (5 \ominus 4) = 15 \ominus 6$

$x + 4 + 5 - 4 = 15 - 6$

$x + 5 = 9$

$x = 4$

Clave E

36 Si:  $m \alpha n = 3m - 2n$

$x \alpha 4 = 10 \alpha 6$

$3x - 2(4) = 3(10) - 2(6)$

$3x - 8 = 18$

$3x = 26$

$x = \frac{26}{3}$

Clave B

37 Si:  $a \# b = 2a + 5b$

$x \# 2 = 1 \# 8$

$2x + 5(2) = 2(1) + 5(8)$

$2x + 10 = 2 + 40$

$2x = 32$

$x = 16$

Clave C

38 Si:  $P \nabla A = P \times A + P + A$

$2 \nabla x = 32$

$2x + 2 + x = 32$

$3x = 30$

$x = 10$

Clave A

39 Si:  $\triangle a = 2a$

$\triangle 3 = 3(3) = 6$

$\triangle 2 = 2(2) = 4$

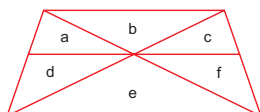
Entonces:

$(\triangle 3 - 3) \triangle 2 = (6 - 3)^4 = 3^4 = 81$

Clave D

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 79)

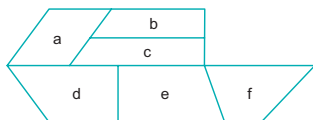
1



- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6
- 2 letras: ad; cf = 2
- 3 letras: bad; bcf; ade; cfe = 4
- ∴ n.º de triángulos = 6 + 2 + 4 = 12

Clave D

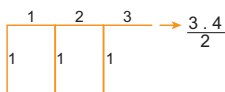
2



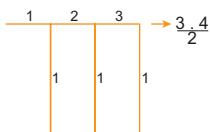
- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6
- 2 letras: bc; de; cf = 3
- 3 letras: abc; def = 2
- ∴ n.º de cuadriláteros = 6 + 3 + 2 = 11

Clave B

3 Analizando por partes y aplicando las fórmulas de segmentos.



$$\text{n.º de segmentos} = \text{seg. Horizontal} + \text{segmento vertical} = \left(\frac{3 \cdot 4}{2}\right) \times 2 + 1 + 1 + 1 = 15$$



$$\text{n.º de segmentos} = \text{seg. Horizontal} + \text{segmento vertical} = \left(\frac{3 \cdot 4}{2}\right) \times 2 + 1 + 1 + 1 = 15$$

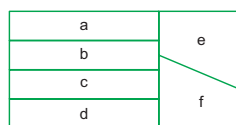
Analizando la intersección de las figuras:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \Rightarrow \text{n.º de segmentos} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

$$\therefore \text{n.º de segmentos totales} = 15 + 15 + 6 = 36$$

Clave B

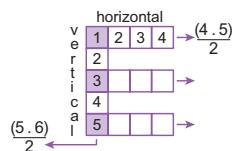
4



- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6
- 2 letras: ab; bc; cd; ef = 4
- 3 letras: abc; bcd = 2
- 4 letras: abcd = 1
- 6 letras abcdef = 1
- ∴ n.º de cuadriláteros = 6 + 4 + 2 + 1 + 1 = 14

Clave A

5 Aplicando la fórmula para conteo de cuadriláteros:



$$\text{Horizontal:} \quad \text{n.º de } \square = \left(\frac{4 \cdot 5}{2}\right) \cdot 3 = 30$$

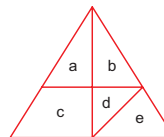
$$\text{Vertical:} \quad \text{n.º de } \square = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$$

Finalmente tenemos que restar los cuadriláteros repetidos (cuadriláteros sombreados) = 3

$$\therefore \text{Total de cuadriláteros} = 30 + 15 - 3 = 42$$

Clave E

6

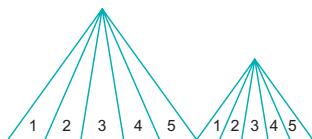


- 1 letra: a; b; d; e = 4
- 2 letras: ab; ac; bd = 3
- 3 letras: bde = 1
- 5 letras: abcde = 1
- ∴ n.º de triángulos = 4 + 3 + 1 + 1 = 9

Clave B



- 7 Aplicando la fórmula para conteo de triángulos.

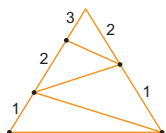


$$n.^{\circ} \text{ de triángulos} = \frac{5 \cdot 6}{2} + \frac{3 \cdot 4}{2} = 30$$

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de triángulos} = 30$$

Clave C

- 8 Aplicando la fórmula para conteo de segmentos.

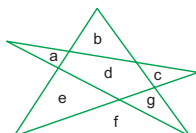


$$n.^{\circ} \text{ de segmentos} = \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2} + 1 + 1 + 1 + 1 = 13$$

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de segmentos} = 13$$

Clave D

9



1 letra: a, b, c, g, e, f = 6

2 letras: fg; ef = 2

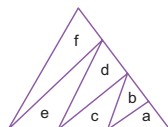
3 letras: adc; bde; bdg; adg; edc = 5

5 letras: bdgfe = 1

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de triángulos} = 6 + 2 + 5 + 1 = 14$$

Clave A

10



1 letra: bc; cd; de; ef = 4

3 letras: fed; edc; dcb = 3

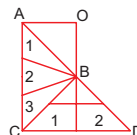
4 letras: fedc; edcb = 2

5 letras: fedcb = 1

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de cuadriláteros} = 4 + 3 + 2 + 1 = 10$$

Clave C

- 11 Analizando por partes y aplicando fórmula de conteo de triángulos.



$$\Delta ABC = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ triángulos}$$

$$\Delta CBD = \left( \frac{2 \cdot 3}{2} \right) \times 2 = 6 \text{ triángulos}$$

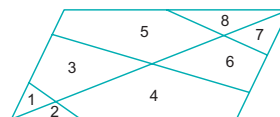
$\Delta AOB = 1$  triángulo

$\Delta ACD = 1$  triángulo

$$\therefore n.^{\circ} \text{ de triángulos} = 6 + 6 + 1 + 1 = 14$$

Clave D

12



Triángulos

1 número: 1; 2; 8; 7 = 4

2 números: 12; 87; 13; 67 = 4

$$4 \text{ números: } 2467; 1358 = 2 \Rightarrow T = 4 + 4 + 2 = 10$$

Pentágonos

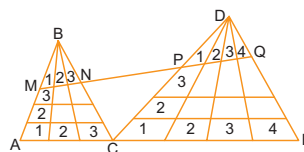
1 número: 5; 4 = 2

2 números: 56; 34; 35; 64 = 4  $\Rightarrow P = 4 + 2 = 6$

$$\therefore T + P = 10 + 6 = 16$$

Clave B

13



Analizando y aplicando la fórmula del conteo de triángulos.

$$\Delta ABC = \left( \frac{3 \cdot 4}{2} \right) \times 3 = 18 \text{ triángulos}$$

$$\Delta CDE = \left( \frac{4 \cdot 5}{2} \right) \times 3 = 30 \text{ triángulos}$$

$$\Delta MBN = \left( \frac{3 \cdot 4}{2} \right) = 6 \text{ triángulos}$$



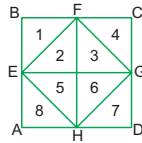
$$\Delta \text{ PDQ} = \left(\frac{4 \cdot 5}{2}\right) = 10 \text{ triángulos}$$

$$\Delta \text{ NCP} = 1 \text{ triángulo}$$

$$\therefore \text{n.º de triángulos} = 18 + 30 + 6 + 10 + 1 = 65$$

Clave E

14 Por conteo simple.



#### Cuadrados

2 números: 12; 34; 67; 85 = 4

4 números: 2356 = 1

8 números: 12345678 = 1

$$\Rightarrow \text{n.º de cuadrados} = 4 + 1 + 1 = 6$$

#### Triángulos

1 número: 2; 3; 5; 6; 1; 4; 8; 7 = 8

2 números: 23; 56; 25; 36 = 4

$$\Rightarrow \text{n.º de triángulos} = 8 + 4 = 12$$

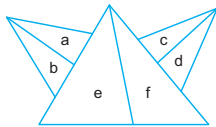
$$\therefore \text{n.º de triángulos} - \text{n.º de cuadrados} = 12 - 6 = 6$$

Clave B

### REFUERZA PRACTICANDO

#### NIVEL 1 (página 81)

1



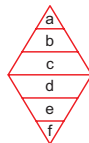
1 letra: a; b; c; d; e; f = 6

2 letras: ab; ef; cd = 3

$$\therefore 6 + 3 = 9$$

Clave C

2



1 letra: a; f = 2

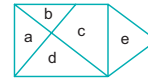
2 letras: ab; fe = 2

3 letras: abc; def = 2

$$\therefore 2 + 2 + 2 = 6 \text{ triángulos}$$

Clave D

3



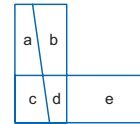
1 letra: a; b; d; e = 4

2 letras: ad; bc; ab = 3

$$\therefore 4 + 3 = 7 \text{ triángulos}$$

Clave B

4



1 letra: c; d; e; a; b = 5

2 letras: ab; cd; ac; bd; de = 5

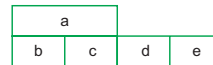
3 letras: cde = 1

4 letras: abcd = 1

$$\therefore 5 + 5 + 1 + 1 = 12$$

Clave A

5



1 letra: a; b; c; d; e = 5

2 letras: bc; cd; de = 3

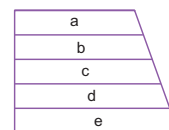
3 letras: abc; bcd; cde = 3

4 letras: bcde = 1

$$\therefore 5 + 3 + 3 + 1 = 12 \text{ cuadriláteros.}$$

Clave D

6



1 letra: a; b; c; d; e = 5

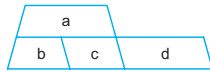
2 letras: ab; bc; cd; de = 4

3 letras: abc; bcd; cde = 3



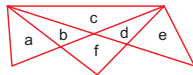
4 letras: abcd; bcde = 2  
 5 letras: abcde = 1  
 $\therefore 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$  cuadriláteros.

7



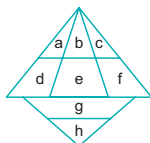
1 letra: a; b; c; d = 4  
 2 letras: bc; cd = 2  
 3 letras: abc; bcd = 2  
 $\therefore 4 + 2 + 2 = 8$  cuadriláteros.

8



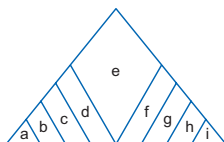
1 letra: a; b; c; d; e = 5  
 2 letras: ab; bc; cd; de; bf; fd = 6  
 3 letras: cde; abc = 2  
 4 letras: bcfd = 1  
 $\therefore 5 + 6 + 2 + 1 = 14$  cuadriláteros.

9



1 letra: a; b; c; h = 4  
 2 letras: ab; bc; ad; be; cf; gh = 6  
 3 letras: abc = 1  
 4 letras: abde; bcef = 2  
 6 letras: abcdef = 1  
 $\therefore 4 + 6 + 1 + 2 + 1 = 14$  triángulos.

10



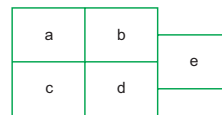
Clave E

1 letra: b; c; d; e; f; g; h = 7  
 2 letras: bc; cd; fg; gh = 4  
 3 letras: bcd; fgh = 2  
 5 letras: efgih; abcde = 2  
 6 letras: ihgfed; abcdef = 2  
 7 letras: abcdefg; ihgfedc = 2  
 8 letras: ihgfedcb; abcdefgh = 2  
 $\therefore 7 + 4 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 21$

Clave C

## NIVEL 2 (página 82)

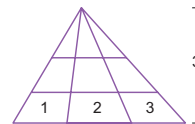
11



1 letra: a; b; c; d; e = 5  
 2 letras: ab; cd; ac; bd = 4  
 4 letras: abcd = 1  
 $\therefore 5 + 4 + 1 = 10$  cuadriláteros.

Clave A

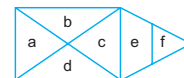
12



$\therefore n.^\circ \text{ triángulos} = \left(\frac{3 \cdot 4}{2}\right) \times 3 = 18$

Clave A

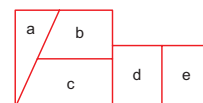
13



1 letra: a; b; c; d; f = 5  
 2 letras: ab; bc; cd; ad; ef = 5  
 $\therefore 5 + 5 = 10$  triángulos

Clave D

14

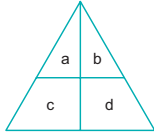




- 1 letra: b; c; d; e = 4  
 2 letras: bc; de = 2  
 3 letras: abc = 1  
 $\therefore 4 + 2 + 1 = 7$  cuadriláteros

Clave D

15



n.º de triángulos:

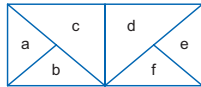
- 1 letra: a; b = 2  
 2 letras: ac; bd; ab = 3  
 4 letras: abcd = 1

n.º de cuadriláteros:

- 1 letra: c; d = 2  
 2 letras: cd = 1  
 $\therefore 6 + 3 = 9$

Clave B

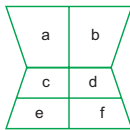
16



- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6  
 2 letras: ab; cd; ef = 3  
 $\therefore 6 + 3 = 9$  triángulos

Clave B

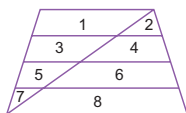
17



- 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6  
 2 letras: ab; cd; ef; ce; df = 5  
 4 letras: cdef = 1  
 $\therefore 6 + 5 + 1 = 12$  cuadriláteros

Clave C

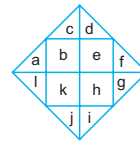
18



- De 1: (1, 3, 4, 5, 6, 8)  $\rightarrow$  6  
 De 2: (13, 35, 46, 68, 12, 34, 56, 78)  $\rightarrow$  8  
 De 3: (135, 468)  $\rightarrow$  2  
 De 4: (1234, 3456, 5678)  $\rightarrow$  3  
 De 5: No hay.  
 De 6: (123456, 345678)  $\rightarrow$  2  
 De 7: No hay.  
 De 8: (12345678)  $\rightarrow$  1  
 Total:  $6 + 8 + 2 + 3 + 2 + 1 = 22$

Clave C

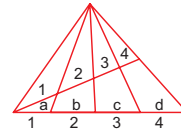
19



- 1 letra: a; c; d; f; g; i; j; l = 8  
 2 letras: cd; fg; ji; al = 4  
 3 letras: abc; def; ghi; lkj = 4  
 6 letras: abcdef; defghi; ghijkl; jklabc = 4  
 $\therefore 8 + 4 + 4 + 4 = 20$  triángulos

Clave D

20

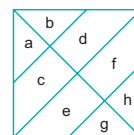


- n.º de triángulos =  $\frac{4 \cdot 5}{2} + \frac{4 \cdot 5}{2} = 20$   
 1 letra: a = 1  
 2 letras: ab = 1  
 3 letras: abc = 1  
 4 letras: abcd = 1  
 $\therefore 20 + 1 + 1 + 1 + 1 = 24$  triángulos

Clave A

NIVEL 3 (página 83)

21

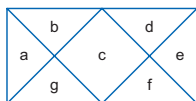




1 letra: a; b; g; h = 4  
 2 letras: ab; ac; bd; gh; eg; fh = 6  
 4 letras: abcd; efgh; bdfh; aceg = 4  
 $\therefore 4 + 6 + 4 = 14$  triángulos

Clave E

22



**n.º de triángulos**

1 letra: a; b; d; e; f; g = 6  
 2 letras: ab; de; ef; ga = 4  
 3 letras: gcf; bcd = 2

12

**n.º de cuadriláteros**

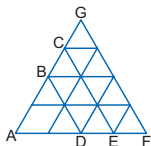
1 letra: c = 1  
 2 letras: gc; cf; bc; cd = 4  
 3 letras: gcd; bcf = 2  
 5 letras: abcgf; gcdef; gabcd; fcbde = 4  
 7 letras: abcdefg = 1

12

$\therefore$  n.º de triángulos = 12  
 n.º de cuadriláteros = 12

Clave B

23

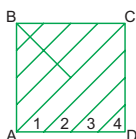


1  $\Delta$   $\rightarrow$  14  
 4  $\Delta$   $\rightarrow$  6  
 9  $\Delta$   $\rightarrow$  2  
 $\Delta ABD \rightarrow 1$   
 $\Delta ACE \rightarrow 1$   
 $\Delta AGF \rightarrow 1$

$\therefore$  n.º de triángulos =  $14 + 6 + 2 + 1 + 1 + 1 = 25$

Clave A

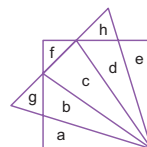
24



n.º de triángulos en  $\Delta ACD = 4$   
 n.º de triángulos en  $\Delta ABC = 12$   
 $\therefore$  n.º de triángulos =  $4 + 12 = 16$

Clave E

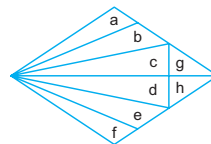
25



1 letra: a; g; f; e; h; c; b; d = 8  
 2 letras: ab; gb; dh; ed = 4  
 3 letras: gbc; cdh = 2  
 5 letras: gbcdh = 1  
 $\therefore 8 + 4 + 2 + 1 = 15$  triángulos

Clave B

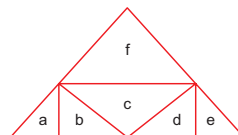
26



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h = 8  
 2 letras: ab; cd; fe; gh; cg; dh = 6  
 3 letras: bcd; deh = 2  
 4 letras: abcd; fedh = 2  
 $\therefore 8 + 6 + 2 + 2 = 18$

Clave C

27



n.º de triángulos = T  
 1 letra: a; b; c; d; e; f = 6  
 2 letras: ab; de = 2  
 6 letras: abcdef = 1

$\Rightarrow T = 9$



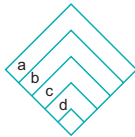
$n.^{\circ}$  de cuadriláteros = C  
 2 letras: cf; bc; cd = 3  
 3 letras: bcd; cde; abc = 3  
 4 letras: abcd; dcef; abcf; bcde = 4  
 5 letras: abcfcd; bcdef; abcde = 3

$$\Rightarrow C = 13$$

$$\therefore T + C = 9 + 13 = 22$$

Clave C

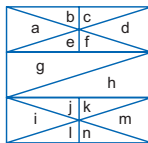
28



1 letra: a; b; c; d = 4  
 2 letras: ab; bc; cd = 3  
 3 letras: abc; bcd = 2  
 4 letras: abcd = 1  
 $\therefore 4 + 3 + 2 + 1 = 10$  hexágonos

Clave B

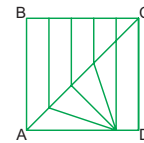
29



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i; j; k; m; l; n = 14  
 2 letras: bc; ef; jk; ln = 4  
 3 letras: bcd; abc; aef; efd; ijk; iln; lmn; jkm = 8  
 4 letras: aefg; hjkm = 2  
 $\therefore 14 + 4 + 8 + 2 = 28$

Clave D

30



$n.^{\circ}$  de triángulos = T  
 $\triangle ABC \rightarrow 5$  triángulos  
 $\triangle ACD \rightarrow 11$  triángulos  
 $T = 16$  triángulos

$n.^{\circ}$  de cuadriláteros = C  
 $\triangle ABC \rightarrow 10$  cuadriláteros  
 $\triangle ACD \rightarrow 4$  cuadriláteros  
 $\square ABCD \rightarrow 6$  cuadriláteros  
 $C = 20$  cuadriláteros  
 $\therefore T + C = 16 + 20 = 36$

Clave D



## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 90)

1

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{6-1}{6}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{6}}} = \frac{1}{1 + \frac{6}{5}} = \frac{1}{\frac{11}{5}} = \frac{5}{11}$$

Clave C

2



Al inicio 150 litros

Se consume:  $\frac{2}{5} 150 = 60 \ell$

Se consume:  $\frac{1}{2} 150 = 75 \ell$

$\therefore$  Quedan  $150 - 60 - 75 = 15 \ell$

Clave D

3

$$\frac{N}{2} + 2N + \frac{N}{3} + 3N = 1435$$

$$\frac{3N + 12N + 2N + 18N}{6} = 1435$$

$$35N = 1435 \times 6$$

$$N = 246$$

Clave A

4  $f_1 = \frac{12}{9}$

$$f_2 = \frac{12+x}{9+x}$$

$$12 + x + 9 + x = 47$$

$$x = 13$$

Clave C

5

n.º total de personas =  $27 + 36 + 9 = 72$

$\Rightarrow$  La fracción de reporteros es:  $\frac{27}{72} = \frac{3}{8}$

Clave A

6

Cantidad inicial de dinero: T

	Gasta	Queda
Sábado	$\frac{1}{6}T$	$\frac{5}{6}T$
Domingo	$\frac{1}{4}(\frac{5}{6}T)$	$\frac{3}{4}(\frac{5}{6}T)$

$\Rightarrow$  Al final le quedan:

$$\frac{3}{4}(\frac{5}{6}T) = \frac{5}{8}T$$

Clave D

7 Gastó

No gastó

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}x$$

$$x$$

$$\frac{2x}{15} + x = 34$$

$$x = 30$$

$$\therefore \text{Gastó: } \frac{2x}{15} = \frac{2(30)}{15} = 4$$

Clave E

8 Resuelve:  $\frac{3x}{5}$

No resuelve: x

$$T = \frac{3x}{5} + x = \frac{8x}{5}$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{8x}{5}\right) = \frac{3x}{5}$$

$$y = \frac{3}{8}$$

Clave D

9  $\Rightarrow x\left(\frac{5}{21}\right)\left(\frac{7}{9}\right)(63) = \frac{6}{13}\left(\frac{5}{8}\right)52$

$$\frac{35x}{3} = 15$$

$$x = \frac{9}{7}$$

Clave E

10  $N - 7 = \frac{3N}{10}$

$$10N - 70 = 3N$$

$$7N = 70$$

$$N = 10$$

Clave A

11  $\left(3\frac{1}{3}\right)x + \frac{1}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$

$$\frac{10x}{3} + \frac{1}{9} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{10x}{3} = \frac{13}{45}$$

$$x = \frac{13}{150}$$

Clave A

12  $\frac{5}{12} - x\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{5}{21}$

$$\frac{5}{12} - \frac{x}{14} = \frac{5}{21}$$

$$\frac{5}{12} - \frac{5}{21} = \frac{x}{14}$$

$$\frac{5}{28} = \frac{x}{14}$$

$$2,5 = x$$

Clave E



$$13 \quad \frac{5}{11}N + \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)N = \left(\frac{27}{22}\right)\left(\frac{3}{8}\right)(1484)$$

$$\frac{5N}{11} + \frac{3N}{4} = \left(\frac{27}{22}\right)\left(\frac{3}{8}\right)(1484)$$

$$20N + 33N = \frac{27}{22} \times \frac{3}{8} \times 1484 \times 44$$

$$53N = \frac{27}{22} \times \frac{3}{8} \times 1484 \times 44$$

$$N = \frac{27}{22} \times \frac{3}{8} \times 1484 \times 44 \times \frac{1}{53}$$

$$N = 567$$

Clave C

14 x: longitud de la cuerda

Por dato:

Toma	Queda
1.° 16	x - 16

$$2.° \frac{2}{3}(x - 16)$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{2}{3}(x - 16)$$

$$24 = x - 16$$

$$40 = x$$

Clave B

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 92)

$$1 \quad R = \frac{1 - \frac{1}{8}}{1 + \frac{1}{8}} \times \left(1 + \frac{2}{7}\right) = \frac{\frac{7}{8}}{\frac{9}{8}} \times \left(\frac{9}{7}\right) = 1$$

Clave E

$$2 \quad P = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{2}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$$

Clave C

$$3 \quad \begin{array}{c} \text{Inicial} \\ \begin{array}{|c|} \hline a \\ A_1 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad b \Rightarrow A_1 = ab$$

$$\begin{array}{c} \text{Final} \\ \begin{array}{|c|} \hline \frac{4a}{5} \\ A_2 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad \frac{3b}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{6ab}{5}$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{6}{5}ab\right) = ab \Rightarrow y = \frac{5}{6}$$

Clave E

$$4 \quad \text{Gasta: } \frac{1}{4}b \Rightarrow a = \frac{5b}{4} = \frac{5(64)}{4} = 80$$

No gasta: b = 64

∴ Al comienzo tenía: S/.125

Clave D

5 Dinero inicial: x

	Pierde	Queda
Primer juego:	$\frac{x}{3}$	$\frac{2x}{3}$
Segundo juego:	$\frac{1}{4}\left(\frac{2x}{3}\right)$	$\frac{3}{4}\left(\frac{2x}{3}\right)$
Tercer juego:	$\frac{1}{5}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2x}{3}\right)\right]$	$\frac{4}{5}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2x}{3}\right)\right]$
$\Rightarrow \frac{4}{5}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2x}{3}\right)\right] = 200$		
x = 500		

Clave A

$$6 \quad \frac{4}{15} < \frac{64}{x} < 1$$

$$\Rightarrow 1 < \frac{x}{64} < \frac{15}{4}$$

$$64 < x < 16(15)$$

$$64 < x < 240$$

$$x \in \{65; 66; 67; \dots; 239\}$$

Los valores que puede tomar x serán todos los números impares comprendidos en su intervalo. Entonces:

$$64 < 2k + 1 < 240$$

$$63 < 2k < 239$$

$$31,5 < k < 119,5$$

$$k \in \{32; 33; \dots; 119\}$$

$$n.º \text{ de valores: } 119 - 32 + 1 = 88$$

Clave B

$$7 \quad \text{Varones: } \frac{3}{5}(80) - 2 = 46$$

Mujeres: 34

$$\text{Diferencia: } 46 - 34 = 12$$

$$80x = 12$$

$$x = \frac{12}{80} = \frac{3}{20}$$

Clave D

$$8 \quad x \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{14}{13} \cdot \frac{5}{8} = \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{5}{18} \cdot \frac{1}{12}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{1}{12.5}$$

$$x = \frac{3}{20}$$

Clave B



$$\begin{aligned} 9 \quad P &= 11 + \frac{6P}{11} \\ P - \frac{6P}{11} &= 11 \\ P &= \frac{11 \times 11}{5} = 24,2 \text{ kg} \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 10 \quad \frac{A}{3} &= B - \frac{5B}{7} \\ \frac{A}{3} &= \frac{2B}{7} \Rightarrow \frac{7}{6}A = B \end{aligned}$$

Clave B

## NIVEL 2 (página 93)

$$\begin{aligned} 11 \quad M &= \frac{1}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}}} \div \frac{1}{29} \\ M &= \frac{1}{1 + \frac{2}{\frac{19}{5}}} \div \frac{1}{29} = \frac{1}{1 + \frac{10}{19}} \div \frac{1}{29} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{10}{19}} \div \frac{1}{29} = \frac{19}{29} \div \frac{1}{29} = 19 \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 12 \quad x: \text{dinero encargado} \\ \text{Perdió} \quad \quad \quad \text{Queda} \\ \frac{3}{8}x \quad \quad \quad \frac{5}{8}x \\ \Rightarrow y\left(\frac{5x}{8}\right) = \frac{3x}{8} \\ y = \frac{3}{8} \times \frac{8}{5} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Clave D

13 Longitud del muro: L

$$\begin{aligned} \text{Azul: } \frac{3}{4}L \\ \text{Blanco: } \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4}L \\ \text{Rojo: } \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}L = 10 \\ \frac{2L}{20} = 10 \Rightarrow L = 100 \text{ m} \end{aligned}$$

Clave D

14 Dinero: D

$$\begin{aligned} \text{Gasté: } \frac{1}{3}D \text{ en helados} \\ \frac{4}{10}D \text{ en chocolates} \\ \text{Gasto total: } \frac{D}{3} + \frac{4D}{10} = \frac{11D}{15} \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 15 \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9} \cdot 3A &= \frac{2}{15} \cdot A^2 \\ 3 &= A \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned} 16 \quad \text{Se vacía: } \frac{a}{8} \\ \text{No se vacía: } a \\ \Rightarrow \text{Total} = \frac{a}{8} + a = \frac{9a}{8} \\ \text{Luego:} \\ y\left(\frac{9a}{8}\right) = a \\ y = \frac{8}{9} \end{aligned}$$

Clave E

$$\begin{aligned} 17 \quad \text{Tenía: } D \\ \text{Gasté: } \frac{3}{5}x \\ \text{No gasté: } x \Rightarrow D = \frac{8x}{5} \\ \text{Perdí: } \frac{2}{3}a \Rightarrow x = \frac{5a}{3} \\ \text{No perdí: } a \\ \text{Regalé: } \frac{4}{5}b \Rightarrow a = \frac{9b}{5} \\ \text{No regalé: } b \\ D = \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{9b}{5} = \frac{24}{5}b \\ \Rightarrow z\left(\frac{24b}{5}\right) = \frac{4b}{5} \\ z = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 18 \quad \begin{array}{ccc} \text{Obreros} & \text{Días} & \text{Obra} \\ H & 12 & 1 \\ H + 2M & 8 & 1 \\ 8(H + 2M) & = & 12H \\ 8H + 16M & = & 12H \\ 16M & = & 4H \\ 4M & = & H \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luego:} \\ \begin{array}{ccc} \text{Obreros} & \text{Días} & \text{Obra} \\ 4M = H & 12 & 1 \\ 2M & 6 & x \end{array} \\ (4M)(12)(x) = (2M)(6)(1) \\ x = \frac{1}{4} \text{ obra} \end{aligned}$$

Clave C



**19** Consideramos el avance de la obra por día:

$$A + B = \frac{1}{4} \quad \dots (1)$$

$$B + C = \frac{1}{6} \quad \dots (2)$$

$$A + C = \frac{1}{12} \quad \dots (3)$$

Sumando (1); (2) y (3):

$$2(A + B + C) = \frac{1}{2}$$

$$A + B + C = \frac{1}{4}$$

$\therefore (A + B + C)$  harían la obra en 4 días.

Clave D

**20** Obreros      Días      Obra

$$A + B \quad 12 \quad \frac{12}{20}$$

$$B \quad 12 \quad \frac{8}{20}$$

$$\Rightarrow (A + B)12\left(\frac{8}{20}\right) = B(12)\left(\frac{12}{20}\right)$$

$$A + B = \frac{3B}{2}$$

$$2A + 2B = 3B$$

$$2A = B$$

Obreros      Días      Obra

$$A + 2A \quad 12 \quad \frac{12}{20}$$

$$A \quad x \quad 1$$

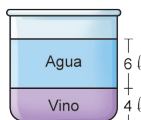
$$\Rightarrow 3A(12) = A(x)\left(\frac{12}{20}\right)$$

$$60 = x$$

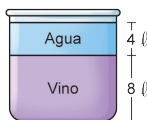
Clave C

### NIVEL 3 (página 94)

**21**



Se extraen 2 ℓ



Se extraen 2 ℓ

1.º sale de cada uno      2.º sale de cada uno

$$\left. \begin{array}{l} 3k \\ 2k \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5k = 2 \\ k = \frac{2}{5} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} k \\ 2k \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3k = 2 \\ k = \frac{2}{3} \end{array}$$

$$\text{Agua: } \frac{6}{5} \text{ queda: } \frac{24}{5} \quad \text{Agua: } \frac{2}{3} \text{ queda: } \frac{10}{3}$$

$$\text{Vino: } \frac{4}{5} \text{ queda: } \frac{16}{5} \quad \text{Vino: } \frac{4}{3} \text{ queda: } \frac{20}{3}$$

Al hacer el cambio las cantidades de vino en cada recipiente son:

$$1.^\circ \frac{16}{5} + \frac{4}{3} = \frac{68}{15} \ell$$

$$2.^\circ \frac{20}{3} + \frac{4}{5} = \frac{112}{15} \ell$$

Clave E

**22** x: n.º total de pasteles

$$1.^\circ \frac{x}{2} + \frac{1}{2}; \text{ queda } \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$$

$$2.^\circ \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}; \text{ queda } \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$$

$$3.^\circ \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{2}$$

$$\text{Queda } \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right] - \frac{1}{2}$$

$$4.^\circ \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right] - \frac{1}{2}\right\} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right] - \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = 3$$

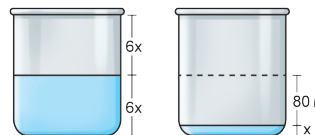
$$\frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 7$$

$$x - 1 = 14$$

$$\therefore x = 15$$

Clave C

**23** Sea el volumen total: 12x



$$\Rightarrow 6x = 80 + x$$

$$5x = 80$$

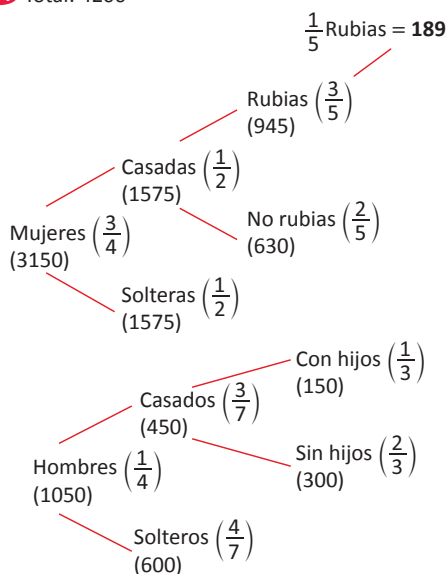
$$x = 16$$

$$\therefore \text{Volumen total} = 12x = 12(16) = 192 \ell$$

Clave D



24 Total: 4200



Entonces, el doble del número de hombres con hijos es 300.

Clave B

25 Sean  $80x$  los metros que se deben comprar.

Al ser lavado pierde: Queda

Longitud:  $\frac{1}{20}(80x) = 4x$        $76x$

Ancho:  $\frac{1}{16}\left(\frac{6}{5}\right) = \frac{3}{40}$        $\frac{6}{5} - \frac{3}{40} = \frac{45}{40} = \frac{9}{8}$

$\Rightarrow (76x)\left(\frac{9}{8}\right) = 136,8$

$x = \frac{(136,8)(8)}{(76)(9)}$

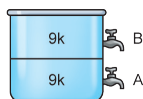
$x = 1,6$

$\therefore$  La tela que se tiene que comprar es:

$$80x = 80(1,6) = 128 \text{ m}$$

Clave E

26 Sea la capacidad del tanque: 18k



A lo vacía en 9 h  $\Rightarrow$  1 h vacía  $\frac{1}{9}(18k) = 2k$

B lo vacía en 18 h  $\Rightarrow$  1 h vacía  $\frac{1}{18}(18k) = k$

Luego:

- A y B vacían la primera mitad:

$$\frac{9k}{3k} = 3h$$

- Luego el caño B ya no vacía nada, solo trabajará A, entonces:

$$\frac{9k}{2k} = 4,5 \text{ h}$$

$\therefore$  El tanque quedará vacío luego de 7,5 h.

Clave B

27 Sea la capacidad del tanque: 420k

A + B en 70 min  $\Rightarrow$  1 min llenan  $\frac{1}{70}(420k) = 6k$

A + C en 84 min  $\Rightarrow$  1 min llenan  $\frac{1}{84}(420k) = 5k$

B + C en 140 min  $\Rightarrow$  1 min llenan  $\frac{1}{140}(420k) = 3k$

$\Rightarrow 2(A + B + C) = 14k$

$A + B + C = 7k$

$\Rightarrow A = 4k$

$B = 2k$

$C = k$

Luego A es más rápido por minuto, y el tiempo que se demora en llenar el tanque será:

$$\frac{420k}{4k} = 105 \text{ min}$$

Clave C

28 y: dinero que tenía

Por dato:

Pierde	Queda
$\left(\frac{m}{n}\right)y$	$y\left(\frac{n-m}{n}\right)$

$$\Rightarrow y\left(\frac{n-m}{n}\right) = x \Rightarrow y = \frac{nx}{n-m}$$

Clave E

29 Sea la obra como 60k.

Jorge: J

Luis: L

Jaime: R

J + L hacen en 10 días  $\Rightarrow$  1 día hacen  $\frac{1}{10}(60k) = 6k$

L + R hacen en 12 días  $\Rightarrow$  1 día hacen  $\frac{1}{12}(60k) = 5k$

J + R hacen en 15 días  $\Rightarrow$  1 día hacen  $\frac{1}{15}(60k) = 4k$

$$\begin{array}{rcl} \Rightarrow J + L & = & 6k \\ L + R & = & 5k \\ J + R & = & 4k \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow (+) \\ \downarrow \end{array}$$

$2(J + L + R) = 15k$

$J + L + R = \frac{15}{2}k$  (Los tres juntos hacen por día)



Obra  $\frac{15}{2}k$       Días 1

60k      x

$$x = 60k \div \frac{15k}{2}$$

$$\therefore x = 8 \text{ días}$$

Clave D

30 Altura: 243 m

1.º rebote:  $\frac{1}{3} \cdot 243 = 81 \text{ m}$

2.º rebote:  $\frac{1}{3} \cdot 81 = 27 \text{ m}$

3.º rebote:  $\frac{1}{3} \cdot 27 = 9 \text{ m}$

4.º rebote:  $\frac{1}{3} \cdot 9 = 3 \text{ m}$

Clave D

## Unidad 2

## Tanto por ciento

### ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 100)

1 Del enunciado planteamos:

Primer aumento: 30%  $\Rightarrow$  Tengo: 130%

Segundo aumento: 10%  $\Rightarrow$  Tengo: (130%) (110%)

$$\frac{130}{100} \cdot \frac{110}{100} = 143\%$$

El aumento equivalente será:

$$143\% - 100\% = 43\%$$

Clave C

2 Del enunciado planteamos:

Primer descuento: 10

$\Rightarrow$  Queda: 90%

Segundo descuento: 20%

$\Rightarrow$  Queda: (90%)  $\times$  (80%)

Tercer descuento: 40%

$\Rightarrow$  Queda: (90%)  $\times$  (80%)  $\times$  (60%)

$$\Rightarrow \frac{90}{100} \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{60}{100} = 43,2\%$$

El descuento equivalente será:

$$100\% - 43,2\% = 56,8\%$$

Clave E

3 Del enunciado planteamos:

$$(80\%) \times (40\%) \times (15\%) \times 1200$$

$$\frac{80}{100} \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{15}{100} \times 1200 = 57,6$$

Clave A

4 Del enunciado planteamos:

$$(130\%) (20\%) (50\%) \times 2400$$

$$\Rightarrow \frac{130}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{50}{100} \times 2400 = 312$$

Clave D

5 Del enunciado planteamos:

Aumento: 30%

$\Rightarrow$  Tengo: 130%

Primer descuento: 20%

$\Rightarrow$  Queda: (130%)(80%)

Segundo descuento: 10%

$\Rightarrow$  Queda: (130%)(80%)(90%)

$$\Rightarrow \frac{130}{100} \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100} = 93,6\%$$

Observamos que equivale a un descuento del:

$$100\% - 93,6\% = 6,4\%$$

Clave C

6 Del enunciado planteamos:

$$(x) \times 24a = 6a$$

$$x = \frac{6a}{24a} \cdot 100\%$$

$$x = 25\%$$

Clave B



**7** Sea el número: x

Del enunciado planteamos:

$$(30\%)(20\%) \frac{2}{5} x = (24\%)(0,01\%)1000$$

$$\frac{30}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{2}{5} \cdot x = \frac{24}{100} \cdot \frac{0,01}{100} \cdot 1000$$

$$1200x = 24 \times 10 \times 5$$

$$x = 1$$

Clave B

**8** Sea el tanto por ciento: y

Del enunciado planteamos.

$$(y) (5x - 1) = \left(x - \frac{1}{5}\right)$$

$$(y) (5x - 1) = \left(\frac{5x - 1}{5}\right)$$

$$y = \frac{1}{5} 100\%$$

$$y = 20\%$$

Clave D

**9** Del enunciado planteamos.

Aumento de N: 40%  $\Rightarrow$  Tengo:  $140\% \times N$

Aumento de  $N^2$ , tendremos:  $(140\% \times N) \times (140\% \times N)$

$$\Rightarrow \frac{140}{100} \cdot \frac{140}{100} N^2 = 196\% N^2$$

El aumento de  $N^2$  será:  
 $196\% - 100\% = 96\%$

Clave E

**10** Total de dinero: D

Gasté: 30% x

No gasté: x

Del enunciado del problema:

$$2\% \times 30\% x = 72$$

$$\Rightarrow \frac{2}{100} \cdot \frac{30}{100} x = 72 \Rightarrow x = \$12\,000$$

Tenía:

$$D = x + 30\%x = 130\%x$$

$$D = 130\%(12\,000) = \$15\,600$$

Clave A

**11**  $Pv = Pc + G$

Reemplazando los datos:

$$Pv = 170 + 15\%Pv$$

$$Pv - 15\%Pv = 170$$

$$85\%Pv = 170$$

$$\frac{85}{100} Pv = 170 \Rightarrow Pv = \$200$$

Clave B

**12**  $Pv = Pc + G$

Reemplazando los datos:

$$Pv = 180 + 20\%(180) + 10\%Pv$$

$$Pv - 10\%Pv = 180 + \frac{20}{100} \cdot 180$$

$$90\%Pv = 216 \Rightarrow \frac{90}{100} \cdot Pv = 216$$

$$\therefore Pv = \$240$$

Clave E

**13** Cantidad de dinero inicial: D

Del enunciado:

$$80\%D = (D - 2000)$$

$$\frac{80}{100} D = D - 2000$$

$$D = \$10\,000$$

A Raúl le queda:

$$10\,000 - 2000 = \$8000$$

$\Rightarrow$  Para tener  $\$/8200$ :

$$8200 - 8000 = \$200$$

Clave A

**14** Total de vehículos: 56

Autos: 14

Motocicletas:  $56 - 14 = 42$

Calculamos el porcentaje:

$$\% = \frac{\text{Parte}}{\text{Todo}} \times 100\% = \frac{42}{56} \times 100\% = 75\%$$

Clave B

**REFUERZA PRACTICANDO**

**NIVEL 1 (página 102)**

**1**  $\frac{80}{100} \cdot \frac{70}{100} = 56\%$

$$\therefore 100\% - 56\% = 44\%$$

Clave C

**2**  $\frac{110}{100} \cdot \frac{120}{100} = 132\%$

$$\therefore 132\% - 100\% = 32\%$$

Clave C

**3**  $20\% \times 30\% \times 1200\%$

$$\frac{20}{100} \times \frac{30}{100} \times 1200 = 72$$

Clave D



4  $25\% \times 20\% \times \frac{3}{7} \times 3500$   
 $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} \times \frac{3}{7} \times 3500 = 75$

Clave B

5  $40\% \times 10\% \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{9} \times 3600$   
 $\frac{40}{100} \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{9} \times 3600 = 64$

Clave C

6  $30\% \times 32\% \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} \times 56\,000$   
 $\frac{30}{100} \times \frac{32}{100} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} \times 56\,000 = 360$

Clave B

7  $132\% \times N = 330$   
 $\frac{132}{100} \times N = 330$   
 $N = 250$

Clave D

8  $70\% \times N = 210$   
 $\frac{70}{100} \times N = 210$   
 $N = 300$

Clave C

9  $90\% \times 90\% \times 120\%$   
 $\frac{90}{100} \times \frac{90}{100} \times 120\% = 97,2\%$   
 $\therefore \text{Descuento} = 100\% - 97,2\% = 2,8\%$

Clave D

10  $\frac{0,8a}{3,2a} \times 100\% = 25\%$

Clave D

## NIVEL 2 (página 102)

11  $V_t = 360 + 10\%V_t$   
 $90\%V_t = 360$   
 $V_t = 400$

Clave A

12  $P_c + G = P_v$   
 $P_c + \frac{20}{100}P_c = 300$   
 $P_c = 250$   
 $\therefore \text{Ganancia: } 300 - 250 = \$/.50$

Clave A

13  $P_v = P_c - P$   
 $P_v = 80 - 60\%P_v$   
 $P_v = \$/.50$

Clave E

14  $\frac{x - \frac{1}{4}}{(4x - 1)} \times 100\% = \frac{4x - 1}{4x - 1} \times 100\% = 25\%$

Clave C

15  $P_v = P_c + G$   
 $P_v = P_c + 20\%P_c$   
 $P_v = 120\%P_c$   
 $P_v = \frac{120}{100} \times 360 = \$/.432$

Clave D

16  $P_v = P_c + 20\%P_v$   
 $80\%P_v = P_c$   
 $\frac{80}{100} \times P_v = 360 \Rightarrow P_v = \$/.450$

Clave B

17  $P_v = P_c + 30\%P_v + 30\%P_c$   
 $70\%P_v = 130\%P_c$   
 $\frac{70}{100}P_v = \frac{130}{100} \times 210$   
 $P_v = \$/.390$

Clave E

18  $P_v = P_c + 40\%P_c + 25\%P_v$   
 $75\%P_v = 140\%P_c$   
 $\frac{75}{100} \times P_v = \frac{140}{100} \times 150$   
 $P_v = \$/.280$

Clave C

19 Total = 60 alumnos  
 $M = 24 \Rightarrow V = 36$   
 $\frac{36}{60} \times 100\% = 60\%$

Clave A

20  $P_v = P_c - P$   
 $P_v = P_c - 25\%P$   
 $P_v = 75\%P_c$   
 $P_v = \frac{75}{100} \times 400 = \$/.300$

Clave C

## NIVEL 3 (página 103)

21  $70\% \times 80\% \times 90\%$   
 $\frac{70}{100} \times \frac{80}{100} \times 90 = 50,4\%$   
 $\therefore \text{Descuento} = 100\% - 50,4\% = 49,6\%$

Clave E





22  $130\% \times 120\% \times 110\%$

$$\frac{130}{100} \times \frac{120}{100} \times 110\% = 171,6\%$$

$$\therefore \text{Aumento} = 171,6\% - 100\% = 71,6\%$$

Clave B

23  $\frac{110}{100} \cdot \frac{140}{100} = 154\%$

$$\therefore \text{Deuda: } \frac{154(400)}{100} = S/.616$$

Clave C

24 Total = 480 trabajadores

$$V = 30\% 480$$

$$V = \frac{30}{100} \times 480$$

$$V = 144 \Rightarrow M = 336$$

$$\text{Retiran: } 50\% \times 336$$

$$\frac{50}{100} \times 336 = 168$$

$$\text{Nuevo total} = 168 + 144 = 312$$

$$\% \text{ varones} = \frac{144}{312} \times 100\% = 46,15\%$$

Clave A

25  $110\% \times 90\% = 99\%$

$$\text{Luego: } 100\% - 99\% = 1\%$$

Clave C

26  $\frac{80}{100} \times \frac{50}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{160}{100} = 70,4\%$

$$\therefore 100\% - 70,4\% = 29,6\% \text{ (descuento)}$$

Clave B

27 1.º descuento:

$$40\%(1000) = \$400$$

2.º descuento:

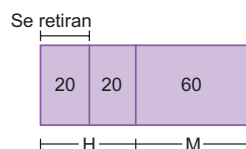
$$100\% - 64\% \times 96\% = 38,56\%$$

$$\Rightarrow 38,56\%(1000) = \$385,6$$

$$\therefore 400 - 385,6 = \$14,4$$

Clave E

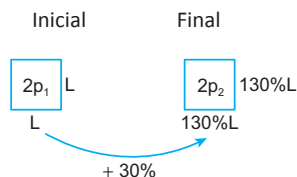
28



$$\Rightarrow \% H = \frac{20}{20 + 60} \times 100\% = 25\%$$

Clave C

29



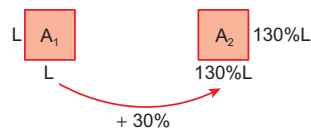
$$\text{Perímetro: } 2p_1 = 4L$$

$$2p_2 = 130\%(4L)$$

$$\therefore \text{El perímetro aumenta en: } 130\% - 100\% = 30\%$$

Clave A

30 Del problem.a (8) tenemos:



$$\text{Área: } A_1 = L^2$$

$$A_2 = 130\% L \cdot 130\% L = 169\% L^2$$

$$\therefore \text{El área aumenta en: } 169\% - 100\% = 69\%$$

Clave A

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 109)

1  $\frac{a}{b} = \frac{10k}{9k}$

Dato:

$$\frac{1}{2}(10k) + \frac{1}{3}(9k) = 120$$

$$5k + 3k = 120$$

$$8k = 120$$

$$k = 15$$

$$\therefore \text{Menor: } 9(15) = 135$$

Clave E

2  $\frac{A}{B} = \frac{5k}{7k}$   
 $\frac{5k+8}{7k+8} = \frac{3}{4}$

$$20k + 32 = 21k + 24$$

$$K = 8$$

$$\therefore \text{Mayor: } 7(8) = 56$$

Clave A

3 Sea "x" los años que debe pasar

$$\frac{50+x}{40+x} = \frac{8}{7}$$

$$350 + 7x = 320 + 8x$$

$$x = 30$$

$\therefore$  Dentro de 30 años

Clave A

4 Sea: "x" los años que deben pasar

$$\frac{39+x}{28+x} = \frac{7}{6}$$

$$234 + 6x = 196 + 7x$$

$$x = 38$$

$\therefore$  Dentro de 38 años

Clave C

5  $\frac{a}{6} = \frac{b}{8}$

$$\frac{a}{b} = \frac{3k}{4k}$$

$$\frac{b}{16} = \frac{48}{a}$$

$$(3k)(4k) = 16 \times 48$$

$$k^2 = 64$$

$$k = 8$$

$$b - a = 4k - 3k = k = 8$$

Clave D

6  $\frac{6}{15} = \frac{a}{20}$

$$a = 8$$

$$\frac{36}{12} = \frac{12}{b}$$

$$b = 4$$

$$\frac{a}{b} = \frac{60}{x}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{60}{x}$$

$$x = 30$$

Clave B

7  $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{D}{d} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{A+B+C+D+3}{a+b+c+d+1} = 3$

$$\frac{A^2}{a^2} = \frac{B^2}{b^2} = \frac{C^2}{c^2} = \frac{D^2}{d^2} = \frac{9}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{A^2+B^2+C^2+D^2+9}{a^2+b^2+c^2+d^2+1} = 9$$

$$\therefore E = 9 \times 3 = 27$$

Clave E

8  $\frac{V \times E \times N \times U \times S \times 7}{448 \times V \times E \times N \times U \times S} = k^6 \Rightarrow k^6 = \frac{1}{64} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

$$\frac{V}{448} = \frac{E}{V} = \frac{N}{E} = \frac{U}{N} = \frac{S}{U} = \frac{7}{S} = \frac{1}{2}$$

$$S = 14; U = 28; N = 56; E = 112; V = 224$$

$$\therefore V + E + N + U + S = 224 + 112 + 56 + 28 + 14 = 434$$

Clave C

9  $\frac{\sqrt{x}}{39} = \frac{\sqrt{y}}{65} = \frac{\sqrt{z}}{91} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{\sqrt{y}}{5} = \frac{\sqrt{z}}{7}$   
 $\frac{x}{9} = \frac{y}{25} = \frac{z}{49} = k$

$$x = 9k; y = 25k; z = 49k$$

$$xy = 3600 \Rightarrow (9k)(25k) = 3600$$

$$k = 4$$

$$\therefore z - y + x = 49k - 25k + 9k = 33k = 33(4) = 132$$

Clave B

10  $\frac{a}{91} = \frac{b}{221} = \frac{c}{299} \Rightarrow \frac{a}{7} = \frac{b}{17} = \frac{c}{23} = k$

$$a = 7k; b = 17k; c = 23k$$

$$5a - 42 = 2c - b \Rightarrow 5(7k) - 42 = 2(23k) - 17k$$

$$35k - 42 = 46k - 17k$$

$$6k = 42$$

$$k = 7$$

$$\therefore b = 17k = 17(7) = 119$$

Clave D

11  $\frac{D}{972} = \frac{Y}{D} = \frac{N}{Y} = \frac{A}{N} = \frac{4}{A} = k$

$$\frac{D \times Y \times N \times A \times 4}{972 \times D \times Y \times N \times A} = k^5 \Rightarrow k^5 = \frac{1}{243} \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

$$\frac{D}{972} = \frac{Y}{D} = \frac{N}{Y} = \frac{A}{N} = \frac{4}{A} = \frac{1}{3}$$

$$A = 12; N = 36; Y = 108; D = 324$$

$$\therefore D + Y + N + A = 324 + 108 + 36 + 12 = 480$$

Clave A



$$\begin{aligned} 12 \quad \frac{a+b}{5} &= \frac{a-b}{3} = \frac{ab}{16} = k \\ \left. \begin{aligned} a+b &= 5k \\ a-b &= 3k \end{aligned} \right\} a &= 4k \text{ y } b = k \\ ab &= 16k \\ (4k)(k) &= 16k \\ k &= 4 \\ \text{Finalmente: } a &= 4(4) = 16 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 13 \quad \frac{N+S}{N-S} &= 5 \\ N+S &= 5N-5S \\ 6S &= 4N \\ \frac{N}{S} &= \frac{3}{2} \\ \frac{M}{R} &= \frac{A}{O} = \frac{N}{S} = \frac{U}{I} = \frac{E}{T} = \frac{L}{A} = \frac{3}{2} \\ \frac{M+A+N+U+E+L}{R+O+S+I+T+A} &= \frac{3}{2} \\ \frac{54}{R+O+S+I+T+A} &= \frac{3}{2} \\ R+O+S+I+T+A &= 36 \end{aligned}$$

Clave E

$$\begin{aligned} 14 \quad \frac{x}{4} &= \frac{m}{x} & \frac{m}{x} &= \frac{b}{m} \\ x^2 &= 4m & \Rightarrow & m^2 = xb \\ \frac{x^4}{16} + xb &= 288 & \Rightarrow & \frac{(x^2)^2}{16} + xb = 288 \\ \frac{(4m)^2}{16} + xb &= 288 \\ \frac{16m^2}{16} + m^2 &= 288 \\ m^2 + m^2 &= 288 \\ 2m^2 &= 288 \\ m^2 &= 144 \\ m &= 12 \end{aligned}$$

Clave A

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 111)

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{a}{b} &= \frac{2k}{9k} \\ a+b &= 693 \\ 2k+9k &= 693 \\ 11k &= 693 \\ k &= 63 \\ \therefore a &= 2k = 2(63) = 126 \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 2 \quad \frac{a}{b} &= \frac{3k}{8k} \\ b-a &= 195 \\ 8k-3k &= 195 \\ 5k &= 195 \\ k &= 39 \\ \therefore a &= 3k = 3(39) = 117 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 3 \quad \frac{47-x}{33-x} &= \frac{5}{3} \\ 141-3x &= 165-5x \\ 2x &= 24 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Clave E

$$\begin{aligned} 4 \quad \frac{H}{M} &= \frac{7k}{5k} \\ H+M &= 360 \\ 7k+5k &= 360 \\ 12k &= 360 \\ k &= 30 \\ \frac{H}{M} &= \frac{7(30)-30}{5(30)-30} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 5 \quad \frac{F}{G} &= \frac{8k}{9k} \\ (8k+12) + (9k+12) &= 75 \\ 17k+24 &= 75 \\ 17k &= 51 \\ k &= 3 \\ \therefore G-F &= k = 3 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 6 \quad \frac{N}{n} &= \frac{3k}{5k}; \text{ Luego: } \frac{3k+12}{5k+8} = \frac{8}{13} \\ 39k+156 &= 40k+64 \\ k &= 92 \\ \therefore \text{ Total} &= 8k = 8(92) = 736 \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned} 7 \quad \frac{a}{b} &= \frac{9k}{8k} \\ \frac{1}{4}(8k) + \frac{1}{3}(9k) &= 75 \\ 2k+3k &= 75 \\ 5k &= 75 \\ k &= 15 \\ \therefore b &= 8(15) = 120 \end{aligned}$$

Clave B



8  $\frac{24}{a} = \frac{10}{25}$   
 $a = 60$

$\frac{a}{x} = \frac{x}{15}$   
 $\frac{60}{x} = \frac{x}{15}$   
 $x = 30$

9  $\frac{24+x}{12+x} = \frac{9+x}{3+x}$   
 $6x = 36$   
 $x = 6$

**NIVEL 2 (página 111)**

10  $\frac{a}{6} = \frac{b}{5} = k$

$\frac{a}{9} = \frac{30}{b}$

$\frac{6k}{9} = \frac{30}{5k}$   
 $k = 3$

$\therefore a + b = 11k = 11(3) = 33$

11  $\frac{28}{m} = \frac{m}{7}$   
 $m = 14$

$\frac{9}{12} = \frac{12}{n}$   
 $n = 16$

$\frac{56}{14} = \frac{16}{x}$   
 $x = 4$

12  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{4}{7}$   
 $\frac{a}{28} = \frac{28}{c} = \frac{4}{7}$   
 $a = 16$   
 $c = 49$

$\therefore a + c = 16 + 49 = 65$

13  $a - b = b - c$   
 $a + c = 2b$   
 $24 = 2b$   
 $b = 12$

14  $a - b = c - d$   
 $4k - b = c - 3k$   
 $7k = b + c$   
 $a + d + b + c = 98$   
 $7k + 7k = 98$   
 $14k = 98 \Rightarrow k = 7$   
 $\therefore a - d = k = 7$

Clave D

15  $a = x$   
 $b = 270 - x$   
 $\frac{x+65}{270-x+65} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x + 325 = 1005 - 3x$   
 $8x = 680$   
 $x = 85$

Clave C

16  $\frac{100+x}{50+x} = \frac{50+x}{20+x} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$   
 $\frac{50+x}{20+x} = \frac{5}{3} \Rightarrow 150 + 3x = 100 + 5x$   
 $50 = 2x$   
 $x = 25 \Rightarrow 50 + x = 75$

Clave A

17  $\frac{a}{9} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2} = k$   
 $\frac{a+b}{9+3} = \frac{72}{12} = k \Rightarrow k = 6$   
 $\frac{a-c}{9-2} = 6 \Rightarrow a - c = 42$

Clave B

18  $\frac{R}{288} = \frac{U}{R} = \frac{B}{U} = \frac{I}{B} = \frac{9}{I} = k$   
 $\frac{R \times U \times B \times I \times 9}{288 \times R \times U \times B \times I} = k^5 \Rightarrow k^5 = \frac{1}{32} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$   
 $\frac{R}{288} = \frac{U}{R} = \frac{B}{U} = \frac{I}{B} = \frac{9}{I} = \frac{1}{2}$   
 $I = 18; B = 36; U = 72; R = 144$   
 $\therefore R + U + B + I = 144 + 72 + 36 + 18 = 270$

Clave E

19  $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{8} = k$   
 $\left( \frac{2k+8k+5k}{2k+8k-5k} \right) \cdot 5k = 210$   
 $\frac{15k}{5k} \cdot 5k = 210$   
 $k = 14$   
 $\therefore 3a - b + c = 3(2k) - 5k + 8k$   
 $= 9k$   
 $= 9(14) = 126$

Clave D

Clave D

Clave E

Clave C

Clave B

Clave A

Clave E



### NIVEL 3 (página 112)

$$\begin{aligned} 20 \quad \frac{L}{640} &= \frac{U}{L} = \frac{R}{U} = \frac{D}{R} = \frac{E}{D} = \frac{S}{E} = \frac{5}{S} = k \\ \frac{L \times U \times R \times D \times E \times S \times 5}{640 \times L \times U \times R \times D \times E \times S} &= k^7 \\ \Rightarrow k^7 &= \frac{1}{128} \Rightarrow k = \frac{1}{2} \\ \frac{L}{640} &= \frac{U}{L} = \frac{R}{U} = \frac{D}{R} = \frac{E}{D} = \frac{S}{E} = \frac{5}{S} = \frac{1}{2} \\ S &= 10; E = 20; D = 40; R = 80; U = 160; L = 320 \\ \therefore L + U + R + D + E + S &= 320 + 160 + 80 + 40 + 20 + 10 \\ &= 630 \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 21 \quad \frac{M}{m} &= \frac{N}{n} = \frac{p}{p} = \frac{Q}{q} = \frac{2}{1} \\ \left( \frac{M^2 + N^2 + P^2 + Q^2 + 4}{m^2 + n^2 + p^2 + q^2 + 1} \right) &\times \left( \frac{M + N + P + Q + 2}{m + n + p + q + 1} \right) \\ 2^2 \times 2 &= 8 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 22 \quad \frac{M^3}{m^3} &= \frac{N^3}{n^3} = \frac{p^3}{p^3} = \frac{27 \times 2}{343 \times 2} \\ \frac{M^3}{m^3} &= \frac{N^3}{n^3} = \frac{p^3}{p^3} = \frac{54}{686} = \frac{27}{343} \\ \frac{M^3 + N^3 + P^3 + 54}{m^3 + n^3 + p^3 + 686} &= \frac{27}{343} \end{aligned}$$

Clave E

$$\begin{aligned} 23 \quad \frac{M}{m} &= \frac{N}{n} = \frac{p}{p} = \frac{5 \times 7}{2 \times 7} = \frac{M + N + P + 35}{m + n + p + 14} = \frac{5}{2} \\ \frac{M^2}{m^2} &= \frac{N^2}{n^2} = \frac{p^2}{p^2} = \frac{25 \times 3}{4 \times 3} = \frac{M^2 + N^2 + P^2 + 75}{m^2 + n^2 + p^2 + 12} = \frac{25}{4} \\ \therefore E &= \frac{5}{2} + \frac{25}{4} = \frac{35}{4} \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned} 24 \quad \frac{R+L}{R-L} &= 3 \Rightarrow R + L = 3R - 3L \\ 4L &= 2R \Rightarrow \frac{R}{L} = 2 \\ \frac{D}{M} &= \frac{O}{E} = \frac{R}{L} = \frac{I}{A} = \frac{T}{N} = \frac{A}{Y} = 2 \\ \frac{D+O+R+I+T+A}{M+E+L+A+N+Y} &= 2 \\ \frac{48}{M+E+L+A+N+Y} &= 2 \\ M+E+L+A+N+Y &= 24 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 25 \quad \frac{F}{768} &= \frac{I}{F} = \frac{O}{I} = \frac{R}{O} = \frac{E}{R} = \frac{L}{E} = \frac{A}{L} = \frac{3}{A} = k \\ \frac{F \times I \times O \times R \times E \times L \times A \times 3}{768 \times F \times I \times O \times R \times E \times L \times A} &= k^8 \Rightarrow k^8 = \frac{1}{256} \\ \Rightarrow k &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{F}{768} &= \frac{I}{F} = \frac{O}{I} = \frac{R}{O} = \frac{E}{R} = \frac{L}{E} = \frac{A}{L} = \frac{3}{A} = \frac{1}{2} \\ A &= 6; L = 12; E = 24; R = 48; O = 96; I = 192; F = 384 \\ \therefore F + I + O + R + E + L + A &= 384 + 192 + 96 + 48 + 24 + 12 + 6 \\ &= 762 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 26 \quad \frac{a+b+e}{7+7-n+n+7} &= k \Rightarrow k = \frac{84}{21} \Rightarrow k = 4 \\ \frac{a-d}{7-3} &= 4 \Rightarrow a-d = 16 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 27 \quad \frac{5}{m} &= \frac{7}{n} = \frac{11}{p} = \frac{12}{q} = k \\ \frac{11+12}{p+q} &= k \Rightarrow \frac{23}{92} = k \Rightarrow k = \frac{1}{4} \\ \frac{7-5}{n-m} &= \frac{1}{4} \Rightarrow n-m = 8 \end{aligned}$$

Clave E

$$\begin{aligned} 28 \quad \frac{4\sqrt{m} + 4\sqrt{n}}{4\sqrt{m} - 4\sqrt{n}} &= \frac{7}{3} \\ 3^4\sqrt{m} + 3^4\sqrt{n} &= 7^4\sqrt{m} - 7^4\sqrt{n} \\ 10^4\sqrt{n} &= 4^4\sqrt{m} \\ \frac{4\sqrt{m}}{4\sqrt{n}} &= \frac{5}{2} \\ \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}} &= \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{n}} = \frac{25}{4} \end{aligned}$$

Clave A

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 119)

1 Según el texto el orden de bonos de cada socio es:

Peréz	4500 bonos
Paibar; Castro	3500 bonos
Ruiz	2500 bonos
Aguilar	1500 bonos
Prado	500 bonos

∴ Pérez tiene 4500 bonos.

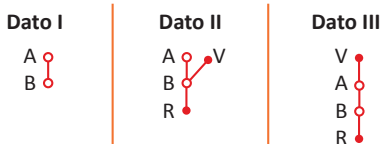
Clave B

2 De acuerdo con el enunciado, se distribuyen de la siguiente forma:

6.º	D
5.º	B o C
4.º	E
3.º	C o B
2.º	A
1.º	F

Clave C

3 Consideramos: Amarilla (A), Blanca (B), Verde (V) y Roja (R) y ordenamos la información con ayuda de un gráfico:



∴ La ciudad Verde tiene más habitantes.

Clave C

4 Reordenamos convenientemente la información:

Dato I	4.º	Víctor	Dato II
	3.º	Ingrid	
	2.º	Ángel	Dato III
	1.º	Gina	

∴ Vive en el 4.º piso.

Clave D

5

- Alfonsina vive en el primer piso:

Alfonsina

- Vicky vive un piso más arriba que Mónica:

Vicky
Mónica

- Mónica vive abajo de Jacinta

Jacinta
Vicky
Mónica
Alfonsina

∴ Vicky vive en el 3.º piso.

Clave C

6

- Ariel no es mayor que Brian



- Carlos no es mayor que Danilo:



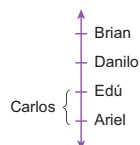
- Edú es mayor que Ariel:



- Danilo es mayor que Edú:



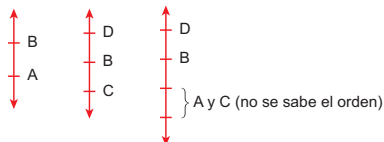
- También: Danilo no es el mayor:



∴ Brian es el mayor.

Clave B

7 Representamos la información del problema:



Luego:

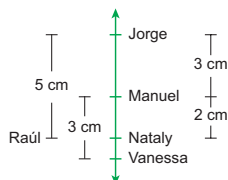
∴ La afirmación correcta es la D.

Clave D



8 Representando la información del problema:

- I. Verdadero
- II. Verdadero
- III. Falso

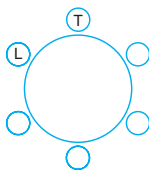


∴ I y II son verdaderas.

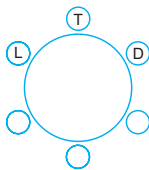
Clave B

9

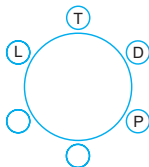
- Lucho se sienta junto y a la derecha de Toto:



- Chicho y Pipo no se sientan junto a Toto, además Quique tampoco se sienta junto a Toto, entonces quien se sienta junto a Toto es Dino.

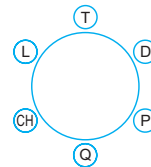


- Quique no se sienta junto a Dino, además Chicho tampoco se sienta junto a Dino, entonces Pipo se sienta junto a Dino.



- Pipo no se sienta junto a Chicho.

Entonces, Quique se sienta junto a Pipo:

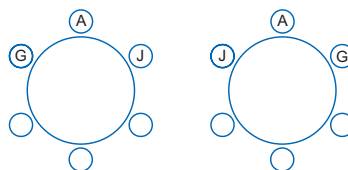


∴ A la izquierda de Toto se sienta Dino y Pipo.

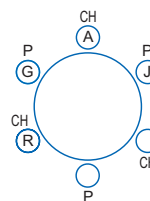
Clave D

10

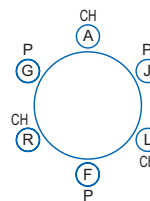
- Armando está entre Gonzalo y Jesús. Existen 2 casos:



- Ramiro está a la derecha de Gonzalo. Entonces se descarta el segundo caso.



- Completando se tiene:



∴ Gonzalo está frente a Lucas.

Clave B

11

	Abril	Octubre	Diciembre
Lucía	×	✓ (9)	×
Chela	×	×	✓ (16)
Victoria	✓ (12)	×	×

El cumpleaños de Lucía es el 9 de Octubre.

Clave A



12

	Miraflores	Breña	Surco	Auto pet.	Auto gas.	Camioneta
Karin	x	x	✓	x	✓	x
Giovanna	✓	x	x	✓	x	x
Milagros	x	✓	x	x	x	✓

∴ Karin vive en Surco y usa su auto gasoliner.

Clave B

13 De los datos se tiene:

	Televisión	Radio	Periódico
Celso	x	x	✓
Ramón	✓	x	x
Teófilo	x	✓	x

∴ Celso trabaja en el periódico.

Clave A

14

- Los Guerrero viajaron a Arequipa.
- Los Anicama no viajarán a Cusco ni Moquegua, entonces, viajarán a Huancavelica.
- El señor Flores es de Huancavelica y su esposa de Cusco, entonces, los Flores viajan a Moquegua.

Ordenando los datos en una tabla se tiene:

	Cusco	Arequipa	Huancavelica	Moquegua
Flores	x	x	x	✓
Cubas	✓	x	x	x
Guerrero	x	✓	x	x
Anicama	x	x	✓	x

∴ Los Anicama viajaron a Huancavelica.

Clave E

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 122)

1 Según el enunciado:

Silvia	Juan	Manuel	Pedro	Zenaida
--------	------	--------	-------	---------

∴ Al lado de Silvia está Juan.

Clave C

### Juego lógico 1

2 Clave B

3 Clave D

4 Clave E

5 Clave B

### Juego lógico 2

Del enunciado se deduce:

	Córdoba	Formosa	Jujuy	San Juan	Tucumán
Beto		x	x	x	
José	x	✓	x	x	x
Jorge	x	x	✓	x	x
Jimmy		x	x	x	
Fern.	x	x	x	✓	x

6 Clave C

7 Clave D

8 Clave B

9 Clave D

10 Clave C

### NIVEL 2 (página 123)

### Juego lógico 3

De los datos tenemos:

	Arq.	Med.	Ing.	Psic.	Socio.	Educ.
José	x	x	x	x	x	✓
Manuel	x	x	✓	x	x	x
Julio	✓	x	x	x	x	x
Renata	x	✓	x	x	x	x
Maritza	x	x	x	x	✓	x
Tina	x	x	x	✓	x	x

11 Clave A

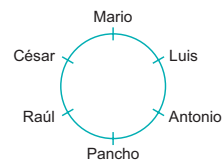
12 Clave B

13 Clave C

14 Clave C

15 Clave E

16 Representando la información del problema:



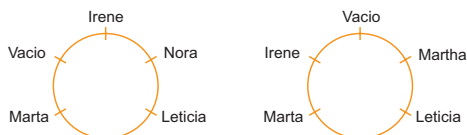
∴ César

Clave C





17 Representando la información del problema:



Luego:

- I. Falso
- II. Verdadero
- III. Verdadero

∴ Son verdaderos II y III.

Clave C

### NIVEL 3 (página 124)

#### Juego lógico 4

18 Clave A

19 Clave C

20 Clave D

21 Clave E

22 Clave D

23

- Axel va a Puente Piedra a visitar a Charles.  
Entonces, Axel no vive en Puente Piedra.
- A Brian le gustaría vivir en Surquillo.  
Entonces, Brian no vive en Surquillo.

Ordenando los datos en una tabla:

	Puente Piedra	La Molina	Surquillo	Comas
Axel	×	×	✓	×
Brian	×	×	×	✓
Charles	✓	×	×	×
Federico	×	✓	×	×

∴ El ingeniero es Brian.

Clave A

24

	Profesor	Ing. agrónomo	Médico	Periodista
Candy	×	×	×	✓
Orlando	×	✓	×	×
Mercedes	✓	×	×	×
Maximiliano	×	×	✓	×

Observando los resultados y relacionándolos con las afirmaciones, se concluye que son verdaderas II y III.

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 132)

1

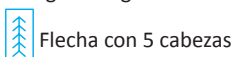
3 ; 5 ; 10 ; 12 ; 24 ; x

+2 +2 +2 +2 +2

∴ x = 24 + 2 = 26

Clave C

- 2 Observamos que las cabezas de flechas aumentan de figura a figura.



Clave C

- 3 Observamos que las figuras son polígonos regulares que aumentan sus lados de figura en figura:



Clave E

4

y ; 18 ; 23 ; 28

+5 +5 +5

La razón es +5

Y + 5 = 18

∴ y = 13

Clave C

5

x ; 13 ; 19 ; 25 ; y

+6 +6 +6 +6

La razón es +6

\* x + 6 = 13      \* 25 + 6 = y

x = 7      31 = y

∴ x + y = 7 + 31 = 38

Clave D

6

E ; G ; I ; K ; M

5 7 9 11 13

+2 +2 +2 +2

La razón es +2

∴ La letra que falta es I.

Clave D

7

B ; E ; H ; K ; N

2 5 8 11 14

+3 +3 +3 +3

La razón es +3

∴ La letra que falta es B.

Clave E

8

Z ; W ; T ; Q ; Ñ

27 24 21 18 15

-3 -3 -3 -3

La razón es -3

∴ La letra que falta es T.

Clave A

9

B3 ; D5 ; F7 ; H9

2 4 6 8

+2 +2 +2

∴ El término que falta es H9.

Clave D

10

3 ; 10 ; 12 ; 15 ; 16 ; 20 ; 23 ; 25

+5 +5 +5

∴ El término que falta es 25.

Clave B

11

E ; G ; J ; N ; R ...

5 7 10 14 19 25

+2 +3 +4 +5 +6

∴ A 25 le corresponde la letra X.

Clave B

12 Vemos que es la sucesión de los números primos:

2; 3; 5; 7; 11; 13

Clave A

13

5 8 12 17 23 30

+3 +4 +5 +6 +7

Clave B

14

1; 4; 9; 16; 25; ...

⇒ 1<sup>2</sup>; 2<sup>2</sup>; 3<sup>2</sup>; 4<sup>2</sup>; 5<sup>2</sup>; 6<sup>2</sup>

∴ 6<sup>2</sup> = 36

Clave E



## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 134)

1

$$5 ; 9 ; y ; 17 ; 21$$

$$+4 \quad +4 \quad +4 \quad +4$$

$$\therefore y = 9 + 4 = 13$$

2

$$3 ; 16 ; 29 ; 42 ; x$$

$$+13 \quad +13 \quad +13 \quad +13$$

$$\therefore x = 42 + 13 = 55$$

3

$$2 ; 9 ; y ; 23 ; 30$$

$$+7 \quad +7 \quad +7 \quad +7$$

$$\therefore y = 9 + 7$$

$$y = 16$$

4

$$x ; 11 ; 17 ; 23 ; y$$

$$+6 \quad +6 \quad +6 \quad +6$$

- $x + 6 = 11$   
 $x = 5$
- $23 + 6 = y$   
 $y = 29$

$$\therefore y - x = 29 - 5 = 24$$

5

$$56 ; 43 ; 30 ; 17 ; x$$

$$-13 \quad -13 \quad -13 \quad -13$$

$$\therefore x = 17 - 13 = 4$$

6

$$x ; 47 ; 39 ; 31 ; 23$$

$$-8 \quad -8 \quad -8 \quad -8$$

$$\therefore x - 8 = 47$$

$$x = 55$$

7

$$x ; 37 ; 30 ; 23 ; y$$

$$-7 \quad -7 \quad -7 \quad -7$$

- $x - 7 = 37$   
 $x = 44$
- $y = 23 - 7$   
 $y = 16$

$$\therefore x - y = 44 - 16 = 28$$

Clave A

8

A; B; C; D; **E**

Clave A

Clave D

9

$$D ; F ; H ; J ; L$$

$$E \quad G \quad I \quad K$$

Clave D

Clave C

10

$$1 ; 3 ; 6 ; 8 ; 16 ; 18 ; 36$$

$$+2 \quad \times 2 \quad +2 \quad \times 2 \quad +2 \quad \times 2$$

Clave C

Clave B

11

$$4 ; 7 ; 12 ; 19 ; 28$$

$$+3 \quad +5 \quad +7 \quad +9$$

Clave D

12

$$C ; E ; H ; L ; P$$

$$3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17$$

$$+2 \quad +3 \quad +4 \quad +5$$

Clave B

Clave D

13

$$J ; N ; Q ; U ; Y ; C$$

$$10 ; 14 ; 18 ; 22 ; 26 ; 30$$

$$+4 \quad +4 \quad +4 \quad +4 \quad +4$$

Clave B

Clave E

### NIVEL 2 (página 135)

14

$$24 ; 23 ; 21 ; 18 ; 14 ; 9$$

$$-1 \quad -2 \quad -3 \quad -4 \quad -5$$

Clave B

Clave C

15

$$32 ; 64 ; 128 ; 256 ; \dots$$

$$2^5 ; 2^6 ; 2^7 ; 2^8 ; 2^9$$

$$\therefore 2^9 = 512$$

Clave A



16 2 ; 2 ; 4 ; 12 ; 48 ; (240)

$\times 1 \quad \times 2 \quad \times 3 \quad \times 4 \quad \times 5$

17 8; 27; 64; 125; ...

$8 = 2^3$   
 $27 = 3^3$   
 $64 = 4^3$   
 $125 = 5^3$

$\Rightarrow 6^3 = 216$

18 C ; F ; I ; L ; (Ñ)

DE GH JK MN

19 BC IJ OP VW

A D; H K; Ñ Q; U X

EFG LMN RST

20 B; B; C; C; C; D; D; D; ...

B: 2 veces  
 C: 3 veces  
 D: 4 veces  
 $\Rightarrow$  El término que continúa es: D

21 B H N S

A C; G I; M Ñ; R T

DEF JKL OPQ

22 B; \_ G; \_ L; \_ P; \_ (U)

CDEF HIJK MNÑO QRST

23 3 3 6 9

4; 6; 7; 10; 10; 16; 16; 24; 25; x

4 6 8 10

$x = 24 + 10 = 34$

24 7; 4; 11; 15; 26; ...

$7 + 4 = 11$   
 $4 + 11 = 15$   
 $11 + 15 = 26$   
 $\Rightarrow 15 + 26 = 41$

Clave B

Clave D

Clave C

Clave A

Clave B

Clave A

Clave D

Clave E

Clave E

25 A ; D ; I ; O ; X ; I

1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36

$1^2 ; 2^2 ; 3^2 ; 4^2 ; 5^2 ; 6^2$

Clave D

26 +3 +5 +7

22; 24; 25; 28; 30; 32; x

+4 +4

$x = 30 + 7 = 37$

Clave C

27 4 ; 20 ; 10 ; 50 ; 40 ; 200 ; 190 ; 950

$\times 5 \quad -10 \quad \times 5 \quad -10 \quad \times 5 \quad -10 \quad \times 5$

Clave E

28  $\div 8 \quad \div 8 \quad \div 8$

128 ; 64 ; 16 ; 4 ; 2 ;  $\frac{1}{4}$  x

$\div 16 \quad \div 16$

$x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Clave D

29 AB ; EF ; IJ ; MN ; (PQ)

CD GH KL ÑO

Clave A

30 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; (34)

$2 + 3 = 5$   
 $3 + 5 = 8$   
 $5 + 8 = 13$   
 $8 + 13 = 21$   
 $13 + 21 = 34$

Clave C

### NIVEL 3 (página 136)

31 S ; P ; N ; K ; H ; (E)

RQ OÑ ML JI GF

Clave C



32

$$18 ; 9 ; 14 ; 7 ; 12 ; 6 ; 11$$

$$\div 2 \quad +5 \quad \div 2 \quad +5 \quad \div 2 \quad +5$$

Clave C

33

$$5 ; 6 ; 12 ; 15 ; 60 ; 65 ; 390$$

$$+1 \quad \times 2 \quad +3 \quad \times 4 \quad +5 \quad \times 6$$

Clave E

34

$$2 ; 10 ; 5 ; 6 ; 8 ; 2 ; 11 ; -2$$

$$+3 \quad +3 \quad +3$$

$$-4 \quad -4 \quad -4$$

Clave A

35

$$1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 4 ; 14 ; 56 ; x$$

$$+1 \quad +0 \quad +0 \quad +2 \quad +10 \quad +42 \quad +194$$

$$-1 \quad +0 \quad +2 \quad +8 \quad +32 \quad +152$$

$$+1 \quad +2 \quad +6 \quad +24 \quad +120$$

$$\times 2 \quad \times 3 \quad \times 4 \quad \times 5$$

$$x = 56 + 194 = 250$$

Clave E

36

$$-4 ; 0 ; 5 ; 13 ; 30 ; 74 ; x$$

$$+4 \quad +5 \quad +8 \quad +17 \quad +44 \quad +125$$

$$+1 \quad +3 \quad +9 \quad +27 \quad +81$$

$$\times 3 \quad \times 3 \quad \times 3 \quad \times 3$$

$$x = 74 + 125 = 199$$

Clave B

37

$$16 ; 20 ; 24 ; 36 ; 96 ; x$$

$$+4 \quad +4 \quad +12 \quad +60 \quad +420$$

$$\times 1 \quad \times 3 \quad \times 5 \quad \times 7$$

$$x = 96 + 420 = 516$$

Clave C

38

$$2 ; 10 ; 30 ; 68 ; 130 ; 222$$

$$+8 \quad +20 \quad +38 \quad +62 \quad +92$$

$$+12 \quad +18 \quad +24 \quad +30$$

$$+6 \quad +6 \quad +6$$

Clave D

39

$$4 ; 0 ; 0 ; 5 ; 16 ; x$$

$$-4 \quad +0 \quad +5 \quad +11 \quad +18$$

$$+4 \quad +5 \quad +6 \quad +7$$

$$x = 16 + 18 = 34$$

Clave A

40

$$-3 ; 0 ; 0 ; 0 ; 5 ; 22 ; x$$

$$+3 \quad +0 \quad +0 \quad +5 \quad +17 \quad +38$$

$$-3 \quad +0 \quad +5 \quad +12 \quad +21$$

$$+3 \quad +5 \quad +7 \quad +9$$

$$x = 22 + 38 = 60$$

Clave E

41

$$-4 ; 0 ; 0 ; 0 ; 6 ; 26 ; x$$

$$+4 \quad +0 \quad +0 \quad +6 \quad +20 \quad +44$$

$$-4 \quad +0 \quad +6 \quad +14 \quad +24$$

$$+4 \quad +6 \quad +8 \quad +10$$

$$x = 26 + 44 = 70$$

Clave E

42

$$-50 ; 0 ; 100 ; 190 ; 250 ; 300 ; x$$

$$+50 \quad +100 \quad +90 \quad +60 \quad +50 \quad +100$$

$$+50 \quad -10 \quad -30 \quad -10 \quad +50$$

$$-60 \quad -20 \quad +20 \quad +60$$

$$+40 \quad +40 \quad +40$$

$$x = 300 + 100 = 400$$

Clave A



43

12 ; 0 ; 0 ; 11 ; 33 ; 69 ; 127 ; x

-12 +0 +11 +22 +36 +58 +95

+12 +11 +11 +14 +22 +37

-1 +0 +3 +8 +15

+1 +3 +5 +7

$$x = 127 + 95 = 222$$

Clave A

44

6 ; 14 ; 14 ; 14 ; 32 ; 96 ; x

+8 +0 +0 +18 +64 +148

-8 +0 +18 +46 +84

+8 +18 +28 +38

$$x = 96 + 148 = 244$$

Clave E

45

9 ; 13 ; 17 ; 21 ; 73 ; 269 ; x

+4 +4 +4 +52 +196 +484

+0 +0 +48 +144 +288

+0 +48 +96 +144

+48 +48 +48

$$x = 269 + 484 = 753$$

Clave C

46

40 ; 0 ; 0 ; 30 ; 90 ; 200 ; 410 ; x

-40 +0 +30 +60 +110 +210 +400

+40 +30 +30 +50 +100 +190

-10 +0 +20 +50 +90

+10 +20 +30 +40

$$x = 410 + 400 = 810$$

Clave C

47

E; F; M; A; M; ...

E = enero, F = febrero; M = marzo

A = abril; M = mayo

⇒ El término que sigue es: junio = J

Clave A

48

U; D; T; C; ...

U = uno T = tres

D = dos C = cuatro

⇒ El término que sigue es: cinco = C

Clave C

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 142)

- 1 Del dato se tiene:

$$\overline{ab} + \overline{ac} = \overline{cba}$$

Descomponiendo polinómicamente:

$$10a + b + 10a + c = c \cdot 10^2 + b \cdot 10 + a$$

$$10a + b + 10a + c = 100c + 10b + a$$

$$\begin{array}{r} 19\overline{a} = 99\overline{c} + 9\overline{b} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 9 \quad 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow a = 9$$

$$19 \cdot 9 = 99c + 9b$$

$$19 = 11c + b$$

$$\left. \begin{array}{l} c = 1 \\ c = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow c = 1$$

$$19 = 11 + b$$

$$\Rightarrow b = 8$$

$$\therefore \text{Se tiene en total: } \overline{cba} = 189 \text{ kg}$$

Clave B

- 2 Del enunciado:  $63_x + 15_x = 111_x$

Descomponiendo polinómicamente:

$$6x + 3 + 1x + 5 = 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 1$$

$$7 = x^2 - 6x$$

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 1 = x(x-6) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \boxed{7} \quad \boxed{1} \end{array}$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$\therefore$  Se realizó en el sistema de base 7.

Clave D

- 3 Sea:  $\overline{aaaa}_5 = \overline{xy8}$ ;  $a < 5$

Descomponiendo polinómicamente la expresión del lado izquierdo:

$$a \cdot 5^3 + a \cdot 5^2 + a \cdot 5^1 + a = \overline{xy8}$$

$$125a + 25a + 5a + a = \overline{xy8}$$

$$156a = \overline{xy8}; a < 5$$

$$\downarrow$$

$$3$$

$$\Rightarrow a = 3$$

$$156 \cdot 3 = \overline{xy8}$$

$$468 = \overline{xy8}; x = 4$$

$$y = 6$$

$$\therefore x + y = 4 + 6 = 10$$

Clave C

- 4 Numeral capicúa:

$$\overline{(c+2b)(4)(3c)(b+a)(a)}; 0 \leq c \leq 3$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} c + 2b = a \\ b + a = 4 \end{array} \right\} a = \frac{c+8}{3} \quad \begin{array}{l} c \in \{0; 1; 2; 3\} \\ a \in \mathbb{N} \end{array}$$

$$\Rightarrow c = 1; a = 3; b = 1$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 1 + 1 = 5$$

Clave B

- 5 Analizando los numerales:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{12c}_{(5)} \\ \overline{21a}_{(c)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} a < c \\ 2 < c < 5; c \in \{3; 4\} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{10b}_{(a)} \\ \overline{xxx}_{(b)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} b < a \\ 1 \leq x < b; 1 < b \end{array}$$

$$\Rightarrow 1 < b < a < c$$

$$\underline{c=3}$$

$$1 < b < a < 3, \text{ no cumple, pues } b \wedge a \in \mathbb{N}$$

$$\underline{c=4}$$

$$1 < \underline{b} < \underline{a} < 4$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\Rightarrow a = 3; b = 2; c = 4$$

$$\text{Además: } 0 < x < b$$

$$0 < x < 2 \Rightarrow x = 1$$

$$\therefore a + b + c + x = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$$

Clave E

- 6 Sea:  $\overline{xx}_n + \overline{xx}_{n+1} + \overline{xx}_{n+2} = 105; x < n$

Descomponiendo polinómicamente:

$$x \cdot n + x + x(n+1) + x + x(n+2) + x = 105$$

$$x \cdot n + x + xn + x + x + x \cdot n + 2x + x = 105$$

$$3x \cdot n + 6x = 105$$

$$x \cdot n + 2x = 35$$

$$\underline{x(n+2) = 1 \cdot 35}$$

$$\Rightarrow x = 1; n = 33$$

$$\therefore x + n = 1 + 33 = 34$$

Clave D

- 7 Sea:  $\overline{xy3}_a = \overline{yxa}_5$

$$3 < a < 5 \Rightarrow a = 4$$

$$\overline{xy3}_4 = \overline{yxa}_5$$

Descomponiendo polinómicamente:

$$x \cdot 4^2 + y \cdot 4 + 3 = y \cdot 5^2 + x \cdot 5 + 4$$

$$16x + 4y + 3 = 25y + 5x + 4$$

$$11x = 21y + 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

Analizando:

$$\therefore x + y + a = 2 + 1 + 4 = 7$$

Clave C

- 8 Sea:

$$\overline{\left(\frac{9}{m}\right)\left(\frac{6}{m}\right)\left(\frac{15}{m}\right)}_7 = \overline{(m-1)(m-1)(m-2)(m-1)}_n$$

Analizando el numeral, tenemos:

"m" es MCD (15; 6; 9) = 3

$$\Rightarrow m = 3$$









- 10 Descomponiendo polinómicamente:

$$\overline{3(2a)}_{(7)} = \overline{4a}_{(n)}; a < \frac{7}{2}$$

$$3.7 + 2a = 4.n + a$$

$$21 + a = 4.n$$

...(1)

$$\begin{array}{c} \circ \\ 4 + 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \circ \\ 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow a = 4 - 1$$

$$\text{Luego: } a = 3$$

Reemplazando en (1):

$$21 + 3 = 4n$$

$$n = 6$$

$$\therefore a + n = 3 + 6 = 9$$

Clave D

## NIVEL 2 (página 144)

- 11 Del enunciado, planteamos:

$$\overline{mam}_5 = \overline{x3x}_a$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ a < 5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ a > 3 \end{array}$$

$$\Rightarrow a = 4$$

Reemplazando en la expresión inicial:

$$\overline{m4m}_5 = \overline{x3x}_4$$

$$25m + 20 + m = 16x + 12 + x$$

$$26m + 8 = 17x$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 17 + 9m \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ 17 \end{array}$$

$$17 - 9$$

$$\Rightarrow 9m = 17 + 9; m < 5$$

$$\Rightarrow m = 1$$

$$x = 2$$

Convertimos al sistema binario:

$$141_5 \Rightarrow 101110_2$$

$$\therefore \text{n.º de cifras} = 6$$

Clave D

- 12 Del enunciado, planteamos:

$$2 \cdot \overline{abcde3} = \overline{2abcde}$$

$$2 \cdot [\overline{abcde} \cdot 10 + 3] = 2 \cdot 10^5 + \overline{abcde}$$

$$20 \cdot \overline{abcde} + 6 = 2 \cdot 10^5 + \overline{abcde}$$

$$19 \cdot \overline{abcde} = 2 \cdot 10^5 - 6$$

$$\overline{abcde} = \frac{2 \cdot 10^5 - 6}{19}$$

$$\overline{abcde} = 10\,526$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 1 + 0 + 5 + 2 + 6 = 14$$

Clave E

$$13 \quad \begin{array}{c} + \\ \overline{ab5ba}_n = \overline{6616}_7 \\ - \quad + \end{array}$$

$$\Rightarrow n > 5 \wedge n < 7 \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow \overline{ab5ba}_6 = \overline{6616}_7$$

$$\downarrow$$

$$\overline{ab5ba}_6 = \overline{14541}_6$$

Comparando, hallamos los valores de a y b.

$$a = 1$$

$$b = 4$$

$$\therefore a + b + n = 1 + 4 + 6 = 11$$

Clave B

- 14 Ahorro:

$$S/. \overline{abba}$$

Del enunciado, planteamos:

$$(\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2 = x^2$$

$$(\overline{ab} - \overline{ba})(\overline{ab} + \overline{ba}) = x^2$$

$$(10a + b - 10b - a)(10a + b + 10b + a) = x^2$$

$$(9a - 9b)(11a + 11b)$$

$$9 \cdot (a - b) 11 (a + b) = x^2$$

$$99 (a - b) (a + b) = x^2$$

$$3^2 \cdot 11 \cdot (a - b) (a + b) = x^2$$

$$\downarrow$$

$$11 \quad \checkmark$$

$$11.3^2 \quad \times$$

$$\Rightarrow (a - b) \cdot (a + b) = 11$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 11 \end{array}$$

$$\Rightarrow a = 6$$

$$b = 5$$

$$\therefore \text{El ahorro es: } S/.6556$$

Clave E

$$15 \quad (\overline{a8})^2 = \overline{a(b+2)0b}$$

$$(\dots 8)^2 = \dots 4$$

$$\Rightarrow b = 4$$

$$\text{Luego: } (\overline{a8})^2 = \overline{a604}$$

$$(10a + 8)^2 = a \cdot 10^3 + 604$$

$$100a^2 + 160a + 64 = 1000a + 604$$

$$5a^2 - 42a - 27 = 0$$

$$5a \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ +3 \end{array} \quad a = 3/5 \text{ (no cumple)}$$

$$a \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ -9 \end{array} \quad a = 9 \text{ (cumple)}$$

$$\Rightarrow a = 9$$

Luego:

$$a \cdot b = 9 \cdot 4 = 36$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 3 + 6 = 9$$

Clave C



- 16 Del enunciado, planteamos:

$$\begin{aligned}
 1000_n &= \overline{2ab} \\
 n^3 &= \overline{2ab} \\
 \downarrow \\
 5 \\
 6 \checkmark \\
 7 \\
 6^3 &= \overline{2ab} \\
 216 &= \overline{2ab} \\
 \Rightarrow a &= 1 \\
 b &= 6 \\
 \therefore a + b + n &= 1 + 6 + 6 = 13
 \end{aligned}$$

Clave D

- 17 Analizando:

$$\begin{aligned}
 \overline{12a_4}; \quad & \overline{1bc_a}; \quad & \overline{bb0_c} \\
 \downarrow \quad & \downarrow \quad & \downarrow \\
 a < 4 \quad & b < a \quad & b < c \\
 & c < a \quad & b \neq 0 \\
 \Rightarrow b < c < a < 4 \\
 \downarrow \downarrow \downarrow \\
 1 \quad 2 \quad 3 \\
 \therefore a + b + c &= 3 + 1 + 2 = 6
 \end{aligned}$$

Clave C

- 18 Analizando:

$$\begin{aligned}
 \overline{aaa_2} + \overline{bbb_3} + \overline{cc_4} &= \overline{mp} \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 a < 2 \quad b < 3 \quad c < 4, \text{ dato: } a \neq b \neq c \neq 0 \\
 a = 1 \quad b = 2 \checkmark \quad c = 3 \checkmark \\
 & \quad b = 1 \quad c = 2 \\
 & \quad \quad c = 1
 \end{aligned}$$

Reemplazando los valores en la expresión inicial:

$$\begin{aligned}
 111_2 + 222_3 + 33_4 &= \overline{mp} \\
 1.2^2 + 1.2 + 1 + 2.3^2 + 2.3 + 2 + 3.4 + 3 &= \overline{mp} \\
 48 &= \overline{mp} \\
 \Rightarrow m &= 4 \\
 p &= 8 \\
 \therefore m + p &= 12
 \end{aligned}$$

Clave E

- 19 Sabemos por propiedad:

$$\begin{aligned}
 (a-1)(a-1)(a-1)(a-1)_a &= 1295 \\
 a^4 - 1 &= 1295 \\
 a^4 &= 1296 \\
 \therefore a &= 6
 \end{aligned}$$

Clave A

- 20 Analizando:

$$\begin{aligned}
 \frac{+}{35b_n} &= \frac{-}{262_7} \\
 - \quad & + \\
 n < 7 \wedge n > 5 \\
 \Rightarrow n &= 6
 \end{aligned}$$

Reemplazando en la expresión inicial:

$$\begin{aligned}
 \overline{35b_6} &= 262_7 \\
 3.6^2 + 5.6 + b &= 2.7^2 + 6.7 + 2 \\
 \Rightarrow b &= 4 \\
 \therefore b + n &= 4 + 6 = 10
 \end{aligned}$$

Clave D

### NIVEL 3 (página 145)

$$\begin{aligned}
 21 \quad \overline{aba_6} &= \overline{a(2b)(2b)_5} \Rightarrow b < 2,5 \\
 a.6^2 + b.6 + a &= a.5^2 + 2b.5 + 2b \\
 37a + 6b &= 25a + 10b + 2b \\
 b &= 2a; b > 2,5 \\
 \Rightarrow b &= 2 \\
 a &= 1 \\
 \therefore a + b &= 3
 \end{aligned}$$

Clave B

- 22 Analizando:

$$\begin{aligned}
 \frac{+}{a75_n} &= \frac{-}{a30_9} \\
 - \quad & + \\
 n < 9 \wedge n > 7 \\
 \Rightarrow n &= 8
 \end{aligned}$$

Reemplazando en la expresión inicial:

$$\begin{aligned}
 \overline{a75_8} &= \overline{a30_9} \\
 a.8^2 + 7.8 + 5 &= a.9^2 + 3.9 + 0 \\
 64a + 61 &= 81a + 27 \\
 34 &= 17a \\
 \Rightarrow a &= 2 \\
 \therefore a + n &= 10
 \end{aligned}$$

Clave E

- 23 Por propiedad sabemos:

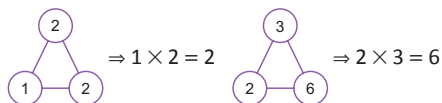
$$\begin{aligned}
 14_{14_{14_{14_n}}} &= 25 \\
 n + 4.4 &= 25 \\
 \therefore n &= 9
 \end{aligned}$$

Clave A

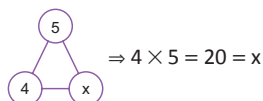


## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 150)

1

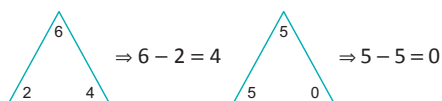


Luego:

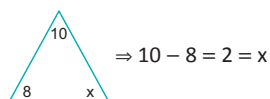


Clave E

2

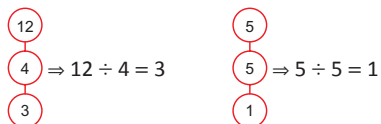


Luego:

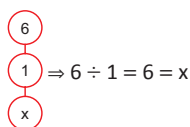


Clave B

3

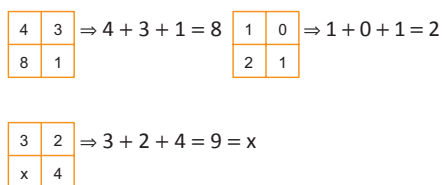


Luego:



Clave C

4



Clave A

5 4 (4) 1  $\Rightarrow 4^1 = 4$   
 3 (9) 2  $\Rightarrow 3^2 = 9$   
 2 (x) 3  $\Rightarrow 2^3 = 8 = x$

Clave C

6 6 (5) 4  $\Rightarrow (6 + 4) \div 2 = 5$   
 3 (2) 1  $\Rightarrow (3 + 1) \div 2 = 2$   
 8 (x) 4  $\Rightarrow (8 + 4) \div 2 = 6 = x$

Clave D

7 7 (4) 5  $\Rightarrow (7 - 5) \cdot 2 = 4$   
 10 (8) 6  $\Rightarrow (10 - 6) \cdot 2 = 8$   
 4 (x) 1  $\Rightarrow (4 - 1) \cdot 2 = 6$

Clave B

8 4 (11) 3  $\Rightarrow (4 \cdot 3) - 1 = 11$   
 3 (14) 5  $\Rightarrow (3 \cdot 5) - 1 = 14$   
 5 (x) 4  $\Rightarrow (5 \cdot 4) - 1 = 19$

Clave A

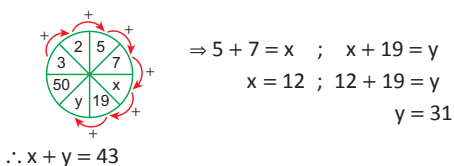
9 16 (8) 8  $\Rightarrow (16 + 8) \div 3 = 8$   
 13 (5) 2  $\Rightarrow (13 + 2) \div 3 = 5$   
 2 (x) 1  $\Rightarrow (2 + 1) \div 3 = 1 = x$

Clave C

10 10 (4) 3  $\Rightarrow 10 - 2 \times 3 = 4$   
 12 (4) 4  $\Rightarrow 12 - 2 \times 4 = 4$   
 7 (x) 1  $\Rightarrow 7 - 2 \times 1 = 5 = x$

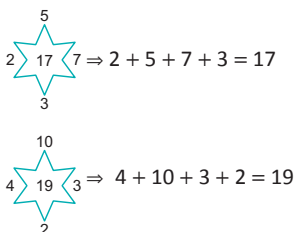
Clave D

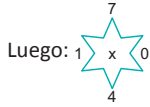
11



Clave A

12

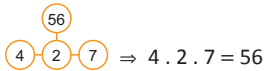
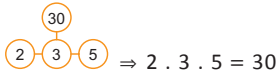




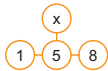
$$\Rightarrow 1 + 7 + 0 + 4 = 12 = x$$

Clave C

13



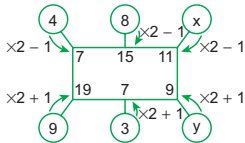
Luego:



$$1 \cdot 5 \cdot 8 = 40 = x$$

Clave B

14



$$\begin{aligned} \bullet 2x - 1 &= 11 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet 2y + 1 &= 9 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore x + y = 10$$

Clave B

### REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 152)

1  $7 \cdot 6 = 42$   
 $5 \cdot 6 = 30$   
 $4 \cdot 3 = x$   
 $\therefore x = 12$

Clave D

2  $7 - 5 = 2$   
 $12 - 7 = 5$   
 $9 - 3 = x$   
 $\therefore x = 6$

Clave E

3  $8 \div 4 = 2$

$$12 \div 6 = 2$$

$$9 \div 3 = x$$

$$\therefore x = 3$$

Clave B

4  $2 + 3 + 4 + 6 = 15$

$$7 + 2 + 5 + 1 = 15$$

$$8 + 3 + x + 3 = 15$$

$$x = 15 - 14$$

$$\therefore x = 1$$

Clave C

5  $5 \cdot 3 - 1 = 14$

$$12 \cdot 2 - 1 = 23$$

$$7 \cdot 5 - 1 = x$$

$$\therefore x = 34$$

Clave A

6  $\frac{12 + 8}{2} = 10$

$$\frac{7 + 9}{2} = 8$$

$$\frac{4 + 6}{2} = x$$

$$\therefore x = 5$$

Clave C

7  $(5 - 3) \cdot 2 = 4$   
 $(7 - 4) \cdot 2 = 6$   
 $(10 - 5) \cdot 2 = x$   
 $\therefore x = 10$

Clave B

8  $\left(\frac{14 - 8}{2}\right) = 3$   
 $\left(\frac{17 - 5}{2}\right) = 6$

$$\left(\frac{23 - 3}{2}\right) = x$$

$$\therefore x = 10$$

Clave E

9  $(7 + 3) \cdot 2 = 20$   
 $(12 + 5) \cdot 2 = 34$   
 $(3 + 1) \cdot 2 = x$   
 $\therefore x = 8$

Clave D

10  $(8 - 3) \cdot 4 = 20$   
 $(7 - 5) \cdot 4 = 8$   
 $(9 - 2) \cdot 4 = x$   
 $\therefore x = 28$

Clave C

### NIVEL 2 (página 153)

11 En la primera figura:  
 $12 = 2 \cdot 6$   
En la segunda figura:  
 $18 = 3 \cdot 6$   
En la tercera figura:  
 $? = 1 \cdot 3 \Rightarrow ? = 3$

Clave E

12 En la primera fila:

$$\frac{6 + 42}{2} = 24$$

En la segunda fila:

$$\frac{3 + 27}{2} = 15$$

En la tercera fila:

$$\frac{17 + 5}{2} = z$$

$$\therefore z = 11$$

Clave A

13 En la primera figura:  
 $4 + 6 + 2 = 12$

En la segunda figura:

$$3 + 5 + 7 = 15$$

En la tercera figura:

$$x + y + 2 = 8$$

$$\therefore x + y = 6$$

Clave E

14 Col. 1:  $4 \times 2 = 8$   
Col. 2:  $6 \times 8 = 48$   
Col. 3:  $7 \times 5 = n$   
 $\Rightarrow n = 35$

Clave B

15 Fila 1:  $3 \times 4 + 1 = 13$   
Fila 2:  $6 \times 8 + 1 = 49$   
Fila 3:  $6 \times 3 + 1 = x$   
 $x = 19$

Clave A

16  $2 \cdot 6 + 6 = 18$   
 $4 \cdot 3 + 3 = 15$   
 $7 \cdot 1 + 1 = x$   
 $\therefore x = 8$

Clave B

17  $4 \cdot 3 - 2 = 10$   
 $6 \cdot 1 - 2 = 4$   
 $5 \cdot 4 - 2 = x$   
 $\therefore x = 18$

Clave D



18  $5^2 - 3 = 22$   
 $4^2 - 5 = 11$   
 $6^2 - 3 = x$   
 $\therefore x = 33$

Clave E

19  $4 \cdot 3 - 3 = 9$   
 $7 \cdot 5 - 5 = 30$   
 $5 \cdot 2 - 2 = x$   
 $\therefore x = 8$

Clave C

20  $7 + 2 + 3 = 12$   
 $4 + 3 + 5 = 12$   
 $8 + x + 2 = 12$   
 $x = 12 - 10$   
 $\therefore x = 2$

Clave C

### NIVEL 3 (página 154)

21  $9 = (2 + 1)^2$   
 $16 = (3 + 1)^2$   
 $36 = (5 + 1)^2$   
 $? = (7 + 1)^2$   
 $\therefore ? = 64$

Clave A

22 Fig. 1:  $\frac{12+10}{12-10} = \frac{22}{2} = 11$

Fig. 2:  $\frac{20+15}{20-15} = \frac{35}{5} = 7$

Fig. 3:  $\frac{28+24}{28-24} = \frac{52}{4} = 13$

Clave A

23 En la primera figura:  
 $1 + 5 + 2 = 8$

En la segunda figura:  
 $-3 - 8 - 9 = -20$

En la tercera figura:  
 $5 + 9 + 10 = x$   
 $\therefore x = 24$

Clave D

24 En la primera figura:  
 $3 \times 5 \times 8 = 120 = 12 \times 10$

En la segunda figura:  
 $4 \times 7 \times 5 = 140 = 14 \times 10$

En la tercera figura:  
 $2 \times 8 \times 10 = 160 = 16 \times 10$

En la cuarta figura:  
 $3 \times 6 \times 15 = 270 = 27 \times 10$   
 $\therefore ? = 27$

Clave C

25 Se cumple:

1.ª fila:  $\frac{16}{2} + 4 = 12$

2.ª fila:  $\frac{20}{2} + 18 = 28$

3.ª fila:  $\frac{24}{2} + 7 = 19 = x$

Clave A

26

Figura 1:  $2(4) + 3(5) = 23$

Figura 2:  $2(3) + 3(4) = 18$

Figura 3:  $2(5) + 3(3) = 19$

Clave E

27 Se cumple:

1.º gráfico:  $(2 + 4)(9 - 2) = 42$

2.º gráfico:  $(7 + 2)(18 - 17) = 9$

3.º gráfico:  $(2 + 3)(10 - 4) = 30 = m$

Clave C

28 Dibujo 1:  $8 \times 2 - 5 \times 3 = 1$

Dibujo 2:  $4 \times 9 - 5 \times 5 = 11$

Dibujo 3:  $6 \times 7 - 4 \times 8 = 10$

Clave D

29 Fila 1:  $(2 + 1)(4) = 12$

Fila 2:  $(2 + 0)(8) = 16$

Fila 3:  $(2 + 2)(5) = 20 = x$

Clave A

30 De los gráficos:

$y = 13 + 21 \Rightarrow y = 34$

$x + 7 = 18 \Rightarrow x = 11$

$\therefore x + y = 45$

Clave D

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 160)

1 Reducimos:

$$\begin{aligned} & \frac{4 \cdot 3^{a^{2b}+1} + 3^{a^{2b}+4} - 2 \cdot 3^{a^{2b}+3}}{3^{a^{2b}+2} + 4 \cdot 3^{a^{2b}}} \\ &= \frac{4 \cdot 3^{a^{2b}} \cdot 3 + 3^{a^{2b}} \cdot 3^4 - 2 \cdot 3^{a^{2b}} \cdot 3^3}{3^{a^{2b}} \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^{a^{2b}}} \\ &= \frac{3^{a^{2b}} (4 \cdot 3 + 3^4 - 2 \cdot 3^3)}{3^{a^{2b}} (3^2 + 4)} \\ &= \frac{12 + 81 - 54}{13} \\ &= \frac{39}{13} = 3 \end{aligned}$$

∴ La respuesta es: 3

Clave C

2

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} \\ S &= \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-5} \\ S &= 2^2 + 3^3 + 4^4 + 5^5 \\ S &= 4 + 27 + 256 + 3125 \\ \therefore S &= 3412 \end{aligned}$$

Clave E

3 Efectuamos:

$$\begin{aligned} & \frac{2^{n+3} + 2^{n+2} + 2^n}{9 \cdot 2^n + 2^{n+2}} = \frac{2^n \cdot 2^3 + 2^n \cdot 2^2 + 2^n}{9 \cdot 2^n + 2^n \cdot 2^2} \\ &= \frac{2^n (8 + 4 + 1)}{2^n (9 + 4)} = \frac{13}{13} = 1 \end{aligned}$$

∴ La respuesta es: 1

Clave A

4 Efectuamos:

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{\frac{2^n + 5^n}{2^{-n} + 5^{-n}}} &= \sqrt[n]{\frac{2^n + 5^n}{\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{5}\right)^n}} = \sqrt[n]{\frac{2^n + 5^n}{\frac{1}{2^n} + \frac{1}{5^n}}} \\ &= \sqrt[n]{\frac{2^n + 5^n}{\frac{5^n + 2^n}{2^n \cdot 5^n}}} \\ &= \sqrt[n]{\frac{10^n \cdot (2^n + 5^n)}{(2^n + 5^n)}} \\ &= \sqrt[n]{10^n} = 10 \end{aligned}$$

∴ La respuesta es: 10

Clave D

5 Reducimos:

$$\begin{aligned} K &= \frac{(a^{2n-1})^4 \cdot (b^{3n+2})^5}{a^{8n-6} \cdot b^{15n+8}} = \frac{a^{4 \cdot (2n-1)} \cdot b^{5 \cdot (3n+2)}}{a^{8n-6} \cdot b^{15n+8}} \\ &= \frac{a^{8n-4} \cdot b^{15n+10}}{a^{8n-6} \cdot b^{15n+8}} \\ &= a^{(8n-4)-(8n-6)} \cdot b^{(15n+10)-(15n+8)} \\ &= a^2 \cdot b^2 \\ \therefore K &= (a \cdot b)^2 \end{aligned}$$

Clave B

6 Reducimos:

$$\begin{aligned} M &= \frac{4^3 \cdot \left(8\frac{4}{3}\right)^{-n}}{\left[4(4^{-1})^n\right]^2} = \frac{4^3 \cdot 8^{\frac{-4n}{3}}}{4^2 \cdot (4^{-1})^{2n}} = \frac{(2^2)^3 \cdot (2^3)^{\frac{-4n}{3}}}{(2^2)^2 \cdot (2^2)^{-2n}} \\ &= \frac{2^6 \cdot 2^{-4n}}{2^4 \cdot 2^{-4n}} \\ &= \frac{2^6}{2^4} \\ &= 2^{6-4} \\ &= 2^2 \end{aligned}$$

∴ M = 4

Clave C

7 Reduciendo:

$$\begin{aligned} K &= \frac{6^n \cdot 35^n \cdot 143^n}{10^n \cdot 33^n \cdot 91^n} = \frac{(2 \cdot 3)^n \cdot (7 \cdot 5)^n \cdot (13 \cdot 11)^n}{(2 \cdot 5)^n \cdot (11 \cdot 3)^n \cdot (13 \cdot 7)^n} \\ &= \frac{2^n \cdot 3^n \cdot 5^n \cdot 7^n \cdot 11^n \cdot 13^n}{2^n \cdot 3^n \cdot 5^n \cdot 7^n \cdot 11^n \cdot 13^n} \\ &= 2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^0 \cdot 7^0 \cdot 11^0 \cdot 13^0 \\ &= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

∴ K = 1

Clave E

8 Reducimos:  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow E &= \left(5\sqrt[119]{\sqrt[5]{\frac{5}{9}}}\right)^{\frac{23}{9}} = 5\sqrt[119]{\sqrt[5]{\frac{5}{9}} \cdot \sqrt[5]{\frac{23}{9}}} \\ &= 5\sqrt[119]{\sqrt[5]{\frac{5}{9} \cdot \frac{23}{9}}} \\ &= 5\sqrt[119]{\sqrt[5]{\frac{119}{9^2}}} \\ &= 5\sqrt[119]{119} \\ &= 119 \end{aligned}$$

∴ E = 119

Clave B





9 Sabemos:  $\sqrt[m]{a \cdot b} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}$

$$R = \sqrt[m]{2^{m+4}} \cdot \sqrt[m]{4^{m+1}} \cdot \sqrt[m]{8^{m-2}}$$

$$R = \sqrt[m]{2^{m+4} \cdot (2^2)^{m+1} \cdot (2^3)^{m-2}}$$

$$R = \sqrt[m]{2^{m+4} \cdot 2^{2m+2} \cdot 2^{3m-6}}$$

$$R = \sqrt[m]{2^{6m}}$$

$$R = 2^6$$

$$\therefore R = 64$$

Clave A

10 Sabemos:  $\sqrt[n]{a^n} = a$

$$M = \left[ 9 \cdot \left( \sqrt[k]{3} \right)^{k-12} \cdot \left( \sqrt[27]{k} \right)^{k+4} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$M = \left[ 3^2 \cdot 3^{\frac{k-12}{k}} \cdot (3^3)^{\frac{k+4}{k}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$M = \left[ 3^2 \cdot 3^{\frac{k-12}{k}} \cdot 3^{\frac{3k+12}{k}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$M = \left[ 3^2 \cdot 3^{\frac{k-12+3k+12}{k}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$M = \left[ 3^2 \cdot 3^4 \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$M = 3^{(6) \cdot \left( \frac{1}{3} \right)}$$

$$M = 3^{-2}$$

$$\therefore M = \frac{1}{9}$$

Clave B

11 Sabemos:  $\overbrace{a \cdot a \dots a}^{n \text{ veces}} = a^n$

$$E = \frac{\overbrace{3\sqrt{a} \cdot 3\sqrt{a} \dots 3\sqrt{a}}^{45 \text{ veces}}}{\underbrace{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \dots \sqrt{a}}_{20 \text{ veces}}} \div \frac{a^4}{a^{-1}}$$

$$E = \frac{(3\sqrt{a})^{45}}{(\sqrt{a})^{20}} \div a^{4+1}$$

$$E = \frac{a^{\frac{45}{2}}}{a^{\frac{20}{2}}} \div a^5$$

$$E = \frac{a^{15}}{a^{10}} \div a^5 = a^{15-10} \div a^5 = a^5 \div a^5 = a^0 = 1$$

$$\therefore E = 1$$

Clave C

12 Aplicando la regla práctica tenemos:

$$B = a^3 \sqrt[3]{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^3}}$$

$$B = a^3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{a^{(3 \cdot 2 + 3)} \cdot 2 + 3}$$

$$B = a^3 \sqrt[8]{a^{21}}$$

$$B = a^3 a^{\frac{21}{8}}$$

$$B = a^{3 + \frac{21}{8}}$$

$$B = a^{\frac{45}{8}}$$

$\therefore$  El exponente de a es:  $\frac{45}{8}$

Clave D

13 Aplicando la regla práctica tenemos:

$$L = \frac{m^2 \cdot \sqrt{m^{-3}} \cdot \sqrt{m^{-5}}}{\sqrt{m^{-7}} \cdot \sqrt{m^{-9}}}$$

$$L = \frac{m^2 \cdot 2 \cdot 2 \sqrt{m^{-3 \cdot 2 - 5}}}{2 \cdot 2 \sqrt{m^{-7 \cdot 2 - 9}}}$$

$$L = \frac{m^2 \cdot 4 \sqrt{m^{-11}}}{4 \sqrt{m^{-23}}}$$

$$L = \frac{m^2 \cdot m^{\frac{-11}{4}}}{m^{\frac{-23}{4}}}$$

$$L = \frac{m^{2 - \frac{11}{4}}}{m^{\frac{-23}{4}}}$$

$$L = \frac{m^{\frac{-3}{4}}}{m^{\frac{-23}{4}}} = m^{\frac{-3}{4} + \frac{23}{4}}$$

$$L = m^{\frac{20}{4}}$$

$$\therefore L = m^5$$

Clave E

14 Sabemos:  $\sqrt[n]{\sqrt[n]{x}} = m \cdot n \sqrt[n]{x}$

$$E = \sqrt[16]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x^4 \sqrt{x} \sqrt{x}}$$

$$E = x^{\frac{5}{16}} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \sqrt[4]{x^{(1 \cdot 4 + 1)2 + 1}}$$

$$E = x^{\frac{5}{16}} \cdot 16 \sqrt[4]{x^{11}}$$

$$E = x^{\frac{5}{16}} \cdot x^{\frac{11}{4}}$$

$$E = x^{\frac{5}{16} + \frac{11}{4}}$$

$$E = x^{\frac{16}{16}}$$

$$E = x^1$$

$\therefore$  El exponente de x es: 1

Clave A



## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 162)

1  $M = 2^3 a^3 \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 8a^3 b$

2  $E = [2^4 + 3^2]^{\frac{1}{2}} = [16 + 9]^{\frac{1}{2}}$

$$E = 25^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{25}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{5}$$

3  $S = \frac{x^{14} y^{21} x^{15} y^{18}}{x^{12} y^{15} x^{12} y^8}$

$$S = \frac{x^{29} y^{39}}{x^{24} y^{23}} = x^{29-24} y^{39-23}$$

$$\therefore S = x^5 y^{16}$$

4  $B = \frac{(3 \cdot 5)^6 \cdot (3 \cdot 2^2)^4 \cdot 5^9 \cdot 2^4 \cdot 3^4}{5^{11} \cdot 2^{11} \cdot 3^{14} \cdot 5^4}$

$$B = \frac{3^6 \cdot 5^6 \cdot 3^4 \cdot 2^8 \cdot 5^9 \cdot 2^4 \cdot 3^4}{5^{15} \cdot 2^{11} \cdot 3^{14}}$$

$$B = \frac{3^{14} \cdot 5^{15} \cdot 2^{12}}{5^{15} \cdot 2^{11} \cdot 3^{14}}$$

$$B = \frac{2^{12}}{2^{11}} = 2^{12-11} = 2^1$$

$$\therefore B = 2$$

5  $E = \frac{3^8 \cdot (3^3)^9}{3^{20} \cdot 3^{15}} = \frac{3^8 \cdot 3^{27}}{3^{35}}$

$$E = \frac{3^{35}}{3^{35}} \Rightarrow E = 1$$

6  $E = \left[\frac{1}{4} + 5 + \frac{7}{4} - 2(-1)\right]^{\frac{1}{2}}$

$$E = \left[5 + 2 + \frac{7+1}{4}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$E = [7 + 2]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}$$

$$\therefore E = 3$$

Clave B

Clave C

Clave A

Clave A

Clave E

Clave B

7

$$E = \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{12}}} = \frac{x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{12}}}$$

$$E = \frac{x^{\frac{6+4+3}{12}}}{x^{\frac{1}{12}}} = \frac{x^{\frac{13}{12}}}{x^{\frac{1}{12}}}$$

$$E = x^{\frac{13-1}{12}} = x^{\frac{12}{12}}$$

$$\therefore E = x$$

Clave D

8

$$P = \frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{5}{4}} \cdot a^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{2}{5}}}{a^{\frac{19}{20}} \cdot b^{\frac{13}{20}}}$$

$$P = \frac{a^{\frac{19}{20}} \cdot b^{\frac{33}{20}}}{a^{\frac{19}{20}} \cdot b^{\frac{13}{20}}} = b^{\frac{33-13}{20}} = b^{\frac{20}{20}} \Rightarrow P = b$$

Clave D

9

$$A = [3^2 + 4^1 + 3]^{\frac{1}{2}} = [9 + 4 + 3]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} \Rightarrow A = 4$$

Clave A

10

$$S = \left[\frac{11}{4} + \frac{25}{4} + \frac{27}{1}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \left[\frac{36}{4} + 27\right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9 + 27} = \sqrt{36} \Rightarrow S = 6$$

Clave C

### NIVEL 2 (página 163)

11

$$B = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$B = \sqrt{3}^6 + \sqrt{2}^6 = 3^{\frac{6}{2}} + 2^{\frac{6}{2}}$$

$$B = 3^3 + 2^3 = 27 + 8$$

$$\therefore B = 35$$

Clave A

12

$$C = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot 5^{\frac{1}{15}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{3}{5}}}$$

$$C = \frac{5^{\frac{6}{5} + \frac{1}{15} + \frac{2}{3}}}{5^{\frac{5+9}{15}}} = \frac{5^{\frac{18+1+10}{15}}}{5^{\frac{14}{15}}}$$

$$C = \frac{5^{\frac{29}{15}}}{5^{\frac{14}{15}}} = 5^{\frac{29-14}{15}} = 5^{\frac{15}{15}} = 5^1 \Rightarrow C = 5$$

Clave E



$$\begin{aligned} 13 \quad M &= \sqrt{2} \sqrt{2}^{9\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \sqrt{2}^{\sqrt{9}} \\ M &= \sqrt{2}^1 \sqrt{2}^3 = (\sqrt{2})^4 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\ M &= 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 \Rightarrow M = 4 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 14 \quad E &= \frac{\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}}}{\sqrt[8]{8}} \\ E &= \frac{8\sqrt{2(2+1)2+1}}{8\sqrt[8]{2^3}} = \frac{8\sqrt{2^7}}{8\sqrt[8]{2^3}} \\ E &= 8\sqrt[8]{2^4} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 15 \quad E &= \frac{2^{m+1} \cdot 2^{2m+4n}}{2^{3m-3} \cdot 2^{4n+4}} \\ E &= \frac{2^{3m+4n+1}}{2^{4n+3m+1}} \\ \therefore E &= 1 \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 16 \quad N &= (3\sqrt[3]{4})^{15} - (2^5)^2 \\ N &= (2^2)^{\frac{15}{3}} - 2^{10} \\ N &= (2^2)^5 - 2^{10} = 2^{10} - 2^{10} \\ \Rightarrow N &= 0 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 17 \quad M &= \frac{3^n(3^3-3)}{3^{1+n-1}} = \frac{3^n(27-3)}{3^n} \\ \therefore M &= 24 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 18 \quad M &= \frac{2^{n-2}(2^2+2^4+2)}{2^{n-2}} \\ M &= 2^2 + 2^4 + 2 = 4 + 16 + 2 \\ \therefore M &= 22 \end{aligned}$$

Clave B

### NIVEL 3 (página 164)

$$\begin{aligned} 19 \quad M &= 3\sqrt[3]{\frac{2^n(2^6-2^5)}{2^n \cdot 2^2}} \\ M &= 3\sqrt[3]{\frac{64-32}{4}} = 3\sqrt[3]{\frac{32}{4}} = 3\sqrt[3]{8} \\ \therefore M &= 2 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 20 \quad (3^{3x})^2 &= 9^3 \cdot 2 \cdot 4 = 9^{24} \\ 3^{6x} &= (3^2)^{24} = 3^{48} \\ \Rightarrow 6x &= 48 \\ \therefore x &= 8 \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned} 21 \quad F &= x^x \cdot x^{2x} = (x^x)^{(x^x)^2} \\ F &= 2^{2^2} = 2^4 \Rightarrow F = 16 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 22 \quad M &= \frac{2^m \cdot 7^{2m}(2^3 \cdot 7 - 2)}{2^m \cdot 7^{2m}(2^5 - 2 \cdot 7)} \\ M &= \frac{8 \cdot 7 - 2}{32 - 14} = \frac{54}{18} \\ \therefore M &= 3 \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned} 23 \quad 2^{2^{x-2}} \cdot 2^{x-4} &= (2^2)^8 = 2^{16} \\ 2^{2^{x-6}} &= 2^{16} \\ \Rightarrow 2^{2x-6} &= 16 = 2^4 \\ 2x - 6 &= 4 \\ 2x &= 10 \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 24 \quad R &= m^{3x^2+5+x^2-1-4-4x^2} \\ R &= m^0 \Rightarrow R = 1 \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned} 25 \quad 3^{27^{x+3}} &= 27^{9^{x+3}} \\ 3^{3^{3x+9}} &= 3^{3^{2x+7}} \\ \Rightarrow 3x + 9 &= 2x + 7 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned} 26 \quad 3^{4^{x+3}} &= 3^{16^{2x-5}} \\ 4^{x+3} &= 16^{2x-5} \\ 4^{x+3} &= (4^2)^{2x-5} \\ 4^{x+3} &= 4^{4x-10} \\ \Rightarrow x + 3 &= 4x - 10 \\ 13 &= 3x \\ \therefore x &= \frac{13}{3} \end{aligned}$$

Clave A

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 168)

- 1 Piden hallar  $a + b$ , si:  $a - b = 3 \wedge ab = 4$ .

Aplicamos la identidad de Legendre:

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$(a + b)^2 - (3)^2 = 4 \cdot 4$$

$$(a + b)^2 = 16 + 9$$

$$a + b = \sqrt{25}$$

$$\therefore a + b = 5$$

Clave C

- 2 Aplicamos la diferencia de cuadrados:

$$E = \sqrt{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})} - 3$$

$$E = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2})^2} - 3$$

$$E = \sqrt{27 - 8} - 3$$

$$E = \sqrt{16}$$

$$\therefore E = 4$$

Clave B

- 3 Si:  $E = \sqrt[32]{1 + 3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)}$

Aplicamos diferencia de cuadrados:

$$E = \sqrt[32]{1 + (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)}$$

$$E = \sqrt[32]{1 + (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)}$$

$$E = \sqrt[32]{1 + (2^8 - 1)(2^8 + 1)}$$

$$E = \sqrt[32]{1 + 2^{16} - 1}$$

$$E = \sqrt[32]{2^{16}}$$

$$\therefore E = \sqrt{2}$$

Clave D

- 4 Resolvemos:

$$a(a^2 + 3b^2) = b(b^2 + 3a^2) + 8$$

$$a^3 + 3ab^2 = b^3 + 3a^2b + 8$$

$$a^3 - b^3 = 3a^2b - 3ab^2 + 8$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = 3ab(a - b) + 8$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2 - 3ab) = 8$$

$$(a - b)(a^2 - 2ab + b^2) = 8$$

$$(a - b)(a - b)^2 = 8$$

$$(a - b)^3 = 8$$

$$a - b = \sqrt[3]{8}$$

$$\therefore a - b = 2$$

Clave E

- 5 Piden hallar  $a^2 + b^2$  si:  $ab = 3 \wedge a + b = 5$

Aplicamos binomio al cuadrado:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(5)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot 3$$

$$25 = a^2 + b^2 + 6$$

$$25 - 6 = a^2 + b^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 19$$

Clave A

- 6 Sea la expresión a efectuar:

$$(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^6 - x^3 + 1) - x^9$$

Aplicamos suma de cubos 2 veces:

$$(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^6 - x^3 + 1) - x^9$$

$$(x^3 + 1)(x^6 - x^3 + 1) - x^9$$

$$(x^3)^3 + 1 - x^9$$

$$x^9 + 1 - x^9 = 1$$

$\therefore$  La respuesta es: 1

Clave B

- 7 Sea:  $(x + 4)^2 = x^2 + mx + 16$

Aplicamos binomio al cuadrado:

$$(x + 4)^2 = x^2 + mx + 16$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + mx + 16$$

$$8x = mx$$

$$\therefore m = 8$$

Clave D

- 8 Sea:  $C = \frac{(x + y)^3 - (x - y)^3}{(y^2 + 3x^2)}$

Aplicamos diferencia de cubos y binomio al cuadrado:

$$C = \frac{[(x + y)^3 - (x - y)^3]}{y^2 + 3x^2}$$

$$C = \frac{[(x + y) - (x - y)][(x + y)^2 + (x + y)(x - y) + (x - y)^2]}{y^2 + 3x^2}$$

$$C = \frac{(2y)[x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - y^2 + x^2 - 2xy + y^2]}{y^2 + 3x^2}$$

$$C = \frac{(2y)(3x^2 + y^2)}{(3x^2 + y^2)}$$

$$\therefore C = 2y$$

Clave C

- 9 Aplicamos trinomio al cuadrado:

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$\cancel{x^2} + xy + xz + yz = \cancel{x^2}$$

$$x(x + y) + z(x + y) = x^2$$

$$\sqrt{(x + y)(x + z)} = \sqrt{x^2}$$

$$\sqrt{(x + y)(x + z)} = x$$

$$\therefore \frac{\sqrt{(x + y)(x + z)}}{x} = 1$$

Clave E



- 10 Tenemos:  $a^2 + b^2 = 45$  y  $ab = 18$

$$\begin{aligned}\text{Nos piden: } a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= (a - b)(45 + 18) \\ &= (a - b) 63 \quad \dots(1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Nos falta hallar } (a - b) \\ \Rightarrow (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 - 2ab \\ &= 45 - 2 \cdot 18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= 9 \\ (a - b) &= 3 \quad \dots(2)\end{aligned}$$

Finalmente (2) en (1):

$$\begin{aligned}a^3 - b^3 &= 3 \cdot 63 \\ \therefore a^3 - b^3 &= 189\end{aligned}$$

Clave D

- 11 Nos piden:  $b^2 + \frac{1}{b^2}$

$$\text{Dato: } \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 6^2$$

$$b^2 + 2 \cdot b \cdot \frac{1}{b} + \left(\frac{1}{b}\right)^2 = 36$$

$$b^2 + 2 + \frac{1}{b^2} = 36$$

$$\therefore b^2 + \frac{1}{b^2} = 34$$

Clave C

- 12 Dato:  $(m + n)^2 = 4mn$   
 $m^2 + 2mn + n^2 = 4mn$   
 $m^2 + 2mn - 4mn + n^2 = 0$   
 $m^2 - 2mn + n^2 = 0$   
 $(m - n)^2 = 0$   
 $m = n$

$$\text{Nos piden: } C = \frac{7m + 5n}{3m - n}$$

$$C = \frac{7m + 5m}{3m - m} = \frac{12m}{2m}$$

$$\therefore C = 6$$

Clave B

- 13 Aplicamos suma de cubos:

$$(m^5 + 5)(m^{10} - 5m^5 + 25) - 125$$

$$(m^5)^3 + 5^3 - 125$$

$$m^{15} + 125 - 125$$

$$\therefore \text{La respuesta es: } m^{15}$$

Clave E

- 14 Completamos cuadrados:

$$x^2 - 2x + 1 = 4x - 2x$$

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{2x}$$

$$x - 1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x}$$

$$\frac{x - 1}{\sqrt{x}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{2}$$

Clave E

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 170)

- 1 Efectuamos:

$$\begin{aligned}(x - 6)(x + 5) + (x + 2)(x - 1) + 32 \\ x^2 + 5x - 6x - 30 + x^2 - x + 2x - 2 + 32 \\ \therefore 2x^2\end{aligned}$$

Clave E

- 2 Efectuamos:

$$\begin{aligned}(a + 2x)(2x - 3a) + 4ax + 3a^2 \\ a \cdot 2x - 3a^2 + 4x^2 - 6xa + 4ax + 3a^2 \\ \therefore 4x^2\end{aligned}$$

Clave A

- 3 Efectuamos:

$$\begin{aligned}(x + 4)^2 + (x - 4)^2 - 2(x^2 - 4) \\ x^2 + 8x + 16 + x^2 - 8x + 16 - 2x^2 + 8 \\ \therefore 40\end{aligned}$$

Clave C

- 4 Efectuamos:

$$\begin{aligned}(x + 2)^3 - 6x(x + 2) - 8 \\ x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 8 - 6x^2 - 12x - 8 \\ \therefore x^3\end{aligned}$$

Clave D

- 5 Efectuamos:

$$\begin{aligned}(x + 1)^3 - (x - 1)^3 - 6x^2 \\ x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 6x^2 \\ 6x^2 - 6x^2 + 2 \\ \therefore 2\end{aligned}$$

Clave E

- 6 Efectuamos:

$$\begin{aligned}M &= \sqrt[3]{(x + y)(x^2 - xy + y^2) - y(3x^2 - 3xy + 2y^2)} \\ M &= \sqrt[3]{x^3 - x^2y + xy^2 + yx^2 - xy^2 + y^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 2y^3} \\ M &= \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 4x^2y + x^2y + xy^2 - xy^2 + 3xy^2 - 2y^3} \\ M &= \sqrt[3]{x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2} \\ M &= \sqrt[3]{(x - y)^3} \\ \therefore M &= x - y\end{aligned}$$

Clave B



$$\begin{aligned}
 7 \quad & (\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{4}) \\
 & (\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{2})[(\sqrt[3]{10})^2 + \sqrt[3]{10}\sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2] \\
 & = (\sqrt[3]{10})^3 - (\sqrt[3]{2})^3 \\
 & \therefore 10 - 2 = 8
 \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned}
 8 \quad & \text{Efectuamos:} \\
 H &= \frac{(5x + 3y)^2 - (5x - 3y)^2}{12xy} \\
 H &= \frac{(5x + 3y + 5x - 3y)(5x + 3y - 5x + 3y)}{12xy} \\
 H &= \frac{(10x)(6y)}{12xy} = \frac{60xy}{12xy} \\
 \therefore H &= 5
 \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned}
 9 \quad & \text{Efectuamos:} \\
 E &= \frac{(1 + xy)^2 - (x + y)^2}{1 - x^2} \\
 E &= \frac{(1 + xy + x + y)(1 + xy - x - y)}{(1 - x)(1 + x)} \\
 E &= \frac{[1 + x + y(x + 1)][1 - x + y(x - 1)]}{(1 - x)(1 + x)} \\
 E &= \frac{(x + 1)(y + 1)(1 - x)(1 - y)}{(1 - x)(1 + x)} \\
 E &= (1 + y)(1 - y) \\
 \therefore E &= 1 - y^2
 \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned}
 10 \quad N &= \frac{(x + y)^3 + (x - y)^3}{x^2 + 3y^2} \\
 N &= \frac{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}{x^2 + 3y^2} \\
 N &= \frac{2x^3 + 6xy^2}{x^2 + 3y^2} = \frac{2x(x^2 + 3y^2)}{(x^2 + 3y^2)} \\
 \therefore N &= 2x
 \end{aligned}$$

Clave A

## NIVEL 2 (página 171)

$$\begin{aligned}
 11 \quad M &= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) \\
 M &= (x^3 - 1)(x^3 + 1) \\
 \therefore M &= x^6 - 1
 \end{aligned}$$

Clave B

12 Efectuamos:

$$\begin{aligned}
 R &= (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \\
 R &= (\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x} + \sqrt{y}) \\
 R &= (2\sqrt{x})(2\sqrt{y}) \\
 \therefore R &= 4\sqrt{xy}
 \end{aligned}$$

Clave D

13 Efectuamos:

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})} \\
 R &= \sqrt{5^2 - (2\sqrt{6})^2} \\
 R &= \sqrt{25 - 4 \cdot 6} \\
 R &= \sqrt{25 - 24} = \sqrt{1} \\
 \therefore R &= 1
 \end{aligned}$$

Clave E

$$\begin{aligned}
 14 \quad E &= 2b^2 + 2ab + \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - (2ab)^2} \\
 E &= 2b^2 + 2ab + \sqrt{(a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab)} \\
 E &= 2b^2 + 2ab + \sqrt{(a - b)^2 \cdot (a + b)^2} \\
 E &= 2b^2 + 2ab + (a - b)(a + b) \\
 E &= 2b^2 + 2ab + a^2 - b^2 \\
 E &= b^2 + 2ab + a^2 \\
 \therefore E &= (b + a)^2
 \end{aligned}$$

Clave D

$$\begin{aligned}
 15 \quad a(a^2 + 3b^2) &= b(b^2 + 3a^2) + 8 \\
 a^3 + 3ab^2 \cdot a &= b^3 + 3a^2 \cdot b + 8 \\
 a^3 - 3a^2 \cdot b + 3b^2 \cdot a - b^3 &= 2^3 \\
 (a - b)^3 &= 2^3 \\
 \therefore (a - b)^2 &= 2^2 = 4
 \end{aligned}$$

Clave A

$$\begin{aligned}
 16 \quad E &= \frac{x^2 + 8x + 16 - (x^2 + 3x + 5x + 15) - 1}{x^2 - 2x + 2x - 4 - (x^2 - x + x - 1)} \\
 E &= \frac{x^2 + 8x + 16 - x^2 - 8x - 15 - 1}{x^2 - 4 - x^2 + 1} \\
 E &= \frac{0}{-3} \\
 \therefore E &= 0
 \end{aligned}$$

Clave B

$$\begin{aligned}
 17 \quad a &= 5 - \sqrt{3} \\
 b &= \sqrt{3} - 3 \\
 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab &= (a + b)^2 \\
 &= (5 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 3)^2 \\
 &= 2^2 \\
 \therefore &4
 \end{aligned}$$

Clave D



18  $b + \frac{1}{b} = 6$

Elevamos al cuadrado, tenemos:

$$\left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 6^2$$

$$b^2 + 2 \cdot b \cdot \frac{1}{b} + \left(\frac{1}{b}\right)^2 = 36$$

$$b^2 + \frac{1}{b^2} = 36 - 2$$

$$\therefore b^2 + \frac{1}{b^2} = 34$$

Clave E

### NIVEL 3 (página 171)

19  $a + b = -4 \wedge a \cdot b = -3$

Elevamos al cuadrado tenemos:

$$(a + b)^2 = (-4)^2$$

$$a^2 + 2a \cdot b + b^2 = 16$$

$$a^2 + 2 \cdot (-3) + b^2 = 16$$

$$a^2 + b^2 = 16 + 6$$

$$a^2 + b^2 = 22$$

Nos piden:

$$\sqrt{a^2 + b^2 - 6} = \sqrt{22 - 6} \\ = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore 4$$

Clave A

20 Efectuando:

$$(x+1)(x^2-x+1)(x^6-x^3+1)-1$$

$$(x^3+1)[(x^3)^2-x^3+1]-1$$

$$(x^3)^3+1^3-1 \\ x^9+1-1$$

$$\therefore x^9$$

21 Tenemos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{x+y}$$

$$\frac{y+x}{xy} = \frac{4}{x+y}$$

$$(x+y)^2 = 4 \cdot x \cdot y$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 4xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 0$$

$$(x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y$$

Nos piden:

$$S = \frac{x^2 + y^2}{x \cdot y} + \frac{x + 3y}{2x}$$

$$S = \frac{x^2 + x^2}{x \cdot (x)} + \frac{x + 3x}{2x}$$

$$S = \frac{2x^2}{x^2} + \frac{4x}{2x}$$

$$S = 2 + 2$$

$$\therefore S = 4$$

Clave A

22 Tenemos:

$$r = \sqrt{2} + 1$$

Nos piden:

$$E = r^2 - 2r - 2$$

$$E = r^2 - 2r + 1 - 3$$

$$E = (r - 1)^2 - 3$$

$$E = [(\sqrt{2} + 1) - 1]^2 - 3$$

$$E = (\sqrt{2})^2 - 3$$

$$E = 2 - 3$$

$$\therefore E = -1$$

Clave C

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x \cdot y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 144 \\ x^2 + 2(4) + y^2 = 144 \end{cases} \\ \begin{matrix} x^2 + y^2 = 136 \end{matrix}$$

Nos piden:  $(x - y)^2$

$$x^2 - 2xy + y^2$$

$$x^2 + y^2 - 2xy$$

$$136 - 2 \cdot 4 = 128$$

$$\therefore (x - y)^2 = 128$$

Clave E

24 Dato:  $a^3 + b^3 = 279$

$$a + b = 3$$

$$\Rightarrow (a + b)^3 = 3^3$$

$$a^3 + 3ab(a + b) + b^3 = 3^3$$

$$a^3 + b^3 + 3ab \cdot 3 = 3^3$$

$$279 + 9 \cdot ab = 27$$

$$\Rightarrow ab = -28$$

Además:

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4 \cdot ab$$

$$3^2 - (a - b)^2 = 4(-28)$$

$$(a - b)^2 = 121$$

$$\therefore a - b = 11$$

Clave D



**25** Dato:  $x + \frac{1}{x} = 4$

Elevamos al cubo:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 4^3 = 43$$

$$x^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = 4^3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 4^3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot 4 = 64$$

$$\therefore x^3 + x^{-3} = 52$$

**26** Efectuamos:

$$E = \sqrt{\frac{1 \cdot 4x^4 + (x^4)^2 - 2 \cdot x^4 + 1}{4x^4}}$$

$$E = \sqrt{\frac{(x^4)^2 + 2x^4 + 1^2}{4x^4}}$$

$$E = \sqrt{\frac{(x^4 + 1)^2}{(2x^2)^2}}$$

Sacamos raíz cuadrada:

$$\therefore E = \frac{x^4 + 1}{2x^2}$$

Clave C

Clave B

**27** Dato:  $\sqrt{m^2 + n^2} + \sqrt{m^2 - n^2} = n^2$   
 $\sqrt{m^2 - n^2} = n^2 - \sqrt{m^2 + n^2} \dots(1)$

Nos piden:

$$E = \sqrt{m^2 + n^2} - \sqrt{m^2 - n^2}$$

$$E = \sqrt{m^2 + n^2} - (n^2 - \sqrt{m^2 + n^2})$$

$$E = 2\sqrt{m^2 + n^2} - n^2 \dots(2)$$

Elevamos al cuadrado la expresión (1):

$$(\sqrt{m^2 - n^2})^2 = (n^2 - \sqrt{m^2 + n^2})^2$$

$$m^2 - n^2 = n^4 - 2n^2(\sqrt{m^2 + n^2}) + m^2 + n^2$$

$$2n^2\sqrt{m^2 + n^2} = n^4 + 2n^2$$

$$2\sqrt{m^2 + n^2} = n^2 + 2 \dots(3)$$

Finalmente, reemplazamos (3) en (2):

$$E = (n^2 + 2) - n^2$$

$$\therefore E = 2$$

Clave B



## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 176)

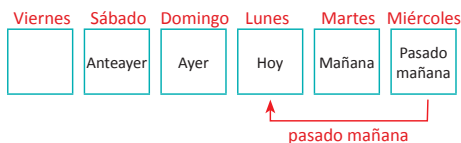
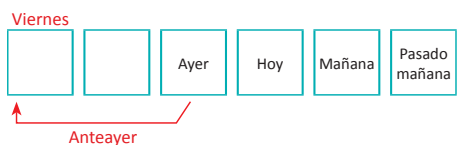
1 Veamos gráficamente:



∴ Será lunes.

Clave C

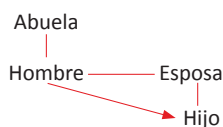
2 Gráficamente:



∴ Será lunes.

Clave D

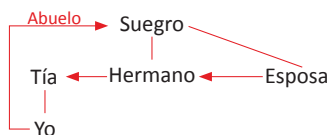
3 Haciendo un esquema:



∴ Es mi padre.

Clave A

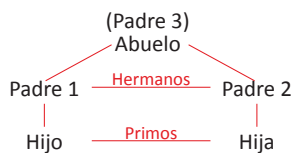
4 Realizando un esquema:



∴ Es mi abuelo.

Clave C

5



∴ Hay 5 personas como mínimo.

Clave E

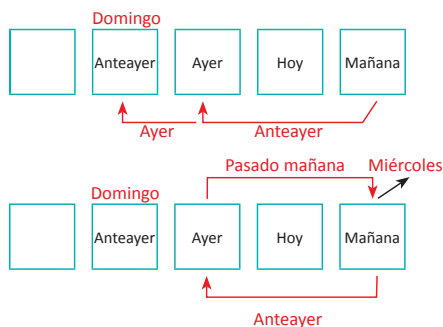
6



∴ Hay 8 personas como mínimo.

Clave A

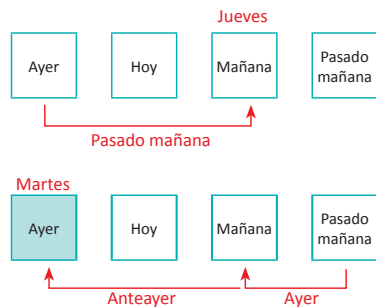
7 Gráficamente:



∴ Será miércoles.

Clave D

8 Haciendo un gráfico:

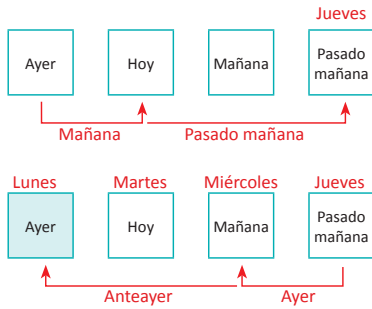


∴ Será martes.

Clave C



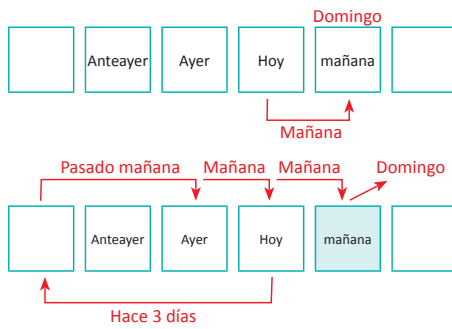
9 Realizando un gráfico:



∴ Será lunes.

Clave A

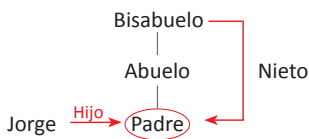
10 Gráficamente:



∴ Será domingo.

Clave B

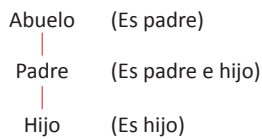
11



∴ Es su padre.

Clave C

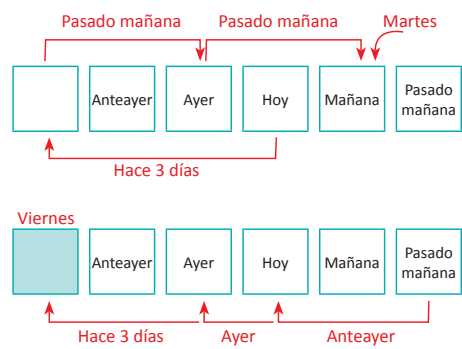
12



∴ Hay 3 personas como mínimo.

Clave D

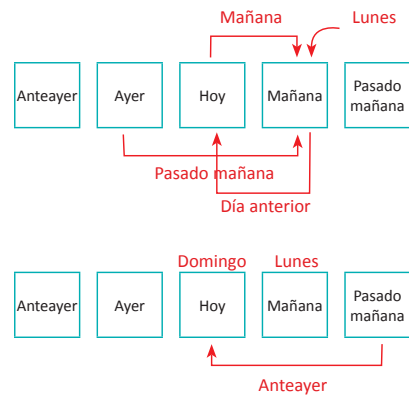
13



∴ Será viernes.

Clave E

14



∴ Será domingo.

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO  
NIVEL 1 (página 178)

1



∴ Hoy es lunes.

Clave A

2 Dato:

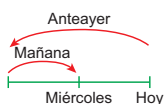
$+2+1 = \text{jueves} \Rightarrow (\text{Hoy es lunes})$

∴ Ayer fue domingo.

Clave E



3



∴ Ayer fue miércoles.

Clave C

4 Dato:

$$+1+2-1 = \text{Miércoles}$$

$$+2 = \text{Miércoles}$$

$$\Rightarrow (\text{Hoy es lunes})$$

∴ Mañana será martes.

Clave D

5 Dato:

$$-1-2+2 = \text{Domingo}$$

$$-1 = \text{Domingo}$$

$$\Rightarrow (\text{Hoy es lunes})$$

∴ Lunes - 2 = Sábado.

Clave B

6 Dato:

$$+1+2+1 = \text{Lunes}$$

$$+4 = \text{Lunes}$$

$$\Rightarrow (\text{Hoy es jueves})$$

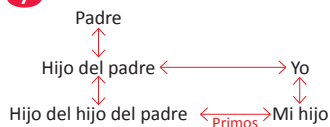
Nos piden:

$$-1-2+1 = -2 (\text{Anteayer})$$

∴ Anteayer fue martes.

Clave D

7



∴ Es el primo.

Clave E

8

Analizando desde el final, tenemos:

- El padre de mi padre es mi abuelo.
- La hija del padre de mi abuelo, es mi tía.
- ∴ El único hermano de mi tía, es mi padre.

Clave A

9 Analizando desde el final, tenemos:

- El único hermano de mi padre, es mi tío.
- El hijo de mi tío, es mi primo.
- ∴ El tío de mi primo, es mi padre.

Clave D

10 – Su papá es el único hijo de mi papá.  
Yo

- Luego, yo soy el papá de Rodrigo.

∴ Rodrigo es mi hijo.

Clave A

## NIVEL 2 (página 179)

11 Dato:

$$-1+1 = \text{Lunes}$$

$$0 = \text{Lunes}$$

$$\Rightarrow (\text{Hoy es Lunes})$$

Nos piden:

$$+1-1+2 = +2 (\text{Pasado mañana})$$

$$\therefore \text{Pasado mañana será miércoles.}$$

Clave B

12 Dato:

$$-2+1+2 = \text{Viernes}$$

$$+1 = \text{Viernes}$$

$$\Rightarrow (\text{Hoy es jueves})$$

$$\therefore \text{Ayer fue miércoles.}$$

Clave A

13 Dato:

$$\text{Martes} = +1 (\text{mañana})$$

$$\Rightarrow \text{Hoy es lunes.}$$

$$\therefore \text{Anteayer fue sábado.}$$

Clave D

14 Dato:

$$-1-2+1 = \text{Jueves}$$

$$-2 = \text{Jueves}$$

$$\Rightarrow (\text{Hoy es sábado})$$

Nos piden:

$$+2+1-2 = +1 (\text{Mañana})$$

$$\therefore \text{Mañana es domingo.}$$

Clave C

15 Dato:

$$-2 + 5 = \text{Domingo}$$

$$+3 = \text{Domingo}$$

$$\Rightarrow (\text{Hoy es jueves})$$

Nos piden:

$$+2 - 1 - 3 + 2 + 1 = +1$$

$$(\text{Mañana})$$

∴ Mañana es viernes.

Clave E

16 Dato:

$$\text{Ayer} = +2+1-1 \text{ del Domingo}$$

$$\text{Ayer} = \text{Domingo} + 2$$

$$\text{Ayer} = \text{Martes}$$

$$\Rightarrow \text{Hoy es miércoles.}$$

Nos piden:

$$-2-1=-3 (\text{Hace 3 días})$$

∴ Hace 3 días fue domingo.

Clave B

17 Analizando desde el final, tenemos:

- El hijo del hijo de Hugo, es su nieto.
- El padre del nieto de Hugo, es su hijo.

∴ La respuesta: el hijo de Hugo

Clave A

18 Analizando desde el final, tenemos:

- El único hermano de mi tía, es mi padre.
- El hijo del único hermano de mi tía, soy yo.

∴ El hijo de mi abuelo es mi padre.

Clave C

19 Analizando desde el final, tenemos:

- El único hijo de mi padre, soy yo.
- La esposa de único hijo de mi padre, es mi esposa.

∴ El hijo de la esposa del único hijo de mi padre, es mi hijo.

Clave E



- 20** Analizando desde el final, tenemos:
- El abuelo del padre de Marcos, es el bisabuelo de Marcos.
- ∴ El único bisnieto del bisabuelo de Marcos, es el mismo Marcos.

Clave E

### NIVEL 3 (página 180)

- 21** Dato:
- $$-2 - 1 + 2 = \text{Lunes}$$
- $$-1 = \text{Lunes} \Rightarrow (\text{Hoy es martes})$$
- Nos piden:
- $$+1 (\text{Mañana})$$
- ∴ Mañana será miércoles.

Clave E

- 22** Dato:
- $$+2 + 1 = \text{Domingo}$$
- $$+3 = \text{Domingo} \Rightarrow \text{Hoy es jueves}$$
- Nos piden:
- $$-2 - 1 + 1 = -2 (\text{Anteayer})$$
- ∴ Anteayer será martes.

Clave B

- 23** Dato:
- $$+2 + 1 - 1 = \text{Viernes}$$
- $$+2 = \text{Viernes} \Rightarrow (\text{Hoy es miércoles})$$
- Nos piden:
- $$-1 (\text{Ayer})$$
- ∴ Ayer fue martes.

Clave E

- 24** Dato:
- $$+1 - 2 + 1 = \text{Martes}$$
- $$0 = \text{Martes} \Rightarrow (\text{Hoy es martes})$$
- Nos piden:
- $$+2 (\text{pasado mañana})$$
- ∴ Pasado mañana será jueves.

Clave C

- 25** Dato:
- $$-1 + 2 - 1 = \text{Sábado}$$
- $$0 = \text{Sábado} \Rightarrow (\text{Hoy es sábado})$$
- Nos piden:
- $$+1 + 2 - 1 = +2 (\text{Pasado mañana})$$
- ∴ Pasado mañana será lunes.

Clave B

- 26** Dato:
- $$-2 + 1 = \text{Miércoles}$$
- $$-1 = \text{Miércoles} \& (\text{Hoy es jueves})$$
- Nos piden:
- $$+2 - 1 + 2 = +3$$
- ∴ Dentro de 3 días será domingo.

Clave A

- 27** Cualquier persona tendrá:
- $$2 \text{ padres} < > 4 < > 8 < > 16$$
- abuelos    bisabuelos    tatarabuelos
- Tus bisabuelos son 8, pero cada uno de ellos tuvo 8 bisabuelos, serán:
- $$8 \times 8 = 64$$
- ∴ Tuvieron 64 bisabuelos.

Clave D

- 28** Cada hija tiene un único hermano( ese hermano es común para las 8 hijas).
- Luego:

$$\begin{array}{ccccccc} 8 & + & 1 & + & 2 & = & 11 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 8 \text{ hijas} & & \text{hijo varón} & & \text{papá y mamá} & & \end{array}$$

∴ Hay 11 personas.

Clave E

- 29** Un bisabuelo a la vez es padre; un abuelo es también, padre y a la vez hijo; un padre también es hijo y a la vez nieto. El mínimo número de personas que comparten el almuerzo lo analizamos así:



∴ El mínimo número de personas es 4

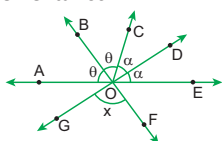
Clave A

- 30** Analizando desde el final ,tenemos :
- La suegra de mi madre es la abuela, o sea la madre de su padre.
- ∴ El retrato corresponde al abuelo de la persona en referencia.

Clave E

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 188)

- 1 Observamos en el gráfico que los ángulos AOC y COE son suplementarios.



$$\Rightarrow 2\theta + 2\alpha = 180^\circ$$

$$\theta + \alpha = 90^\circ$$

Además:  $\angle BOD = \angle GOF$

$$\theta + \alpha = x$$

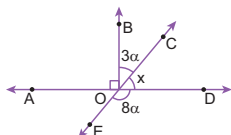
$$\downarrow$$

$$90^\circ = x$$

$$\therefore x = 90^\circ$$

Clave B

- 2 Observamos en el gráfico que los ángulos BOC y COD son complementarios; además  $\angle COD$  y  $\angle DOE$  son suplementarios.



$$\Rightarrow 3\alpha + x = 90^\circ$$

$$8\alpha + x = 180^\circ \quad (-)$$

$$\hline 5\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 18^\circ$$

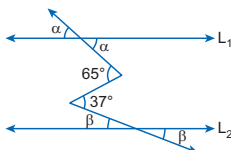
Luego:  $3\theta + x = 90^\circ$

$$3 \cdot 18^\circ + x = 90^\circ$$

$$x = 36^\circ \quad \therefore x = 36^\circ$$

Clave B

3

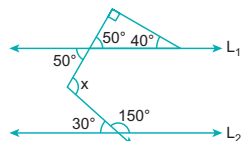


$$\Rightarrow \alpha + 37^\circ = 65^\circ + \beta$$

$$\therefore \alpha - \beta = 28^\circ$$

Clave A

4



$$\Rightarrow x = 50^\circ + 30^\circ$$

$$\therefore x = 80^\circ$$

Clave B

- 5 Observamos que el triángulo ABC y BAD son isósceles.

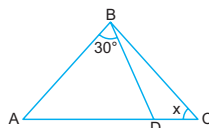
$$\Rightarrow m\angle BAC = m\angle BCA$$

$$m\angle ABD = m\angle BDA$$

Luego en el triángulo ABD, tenemos:

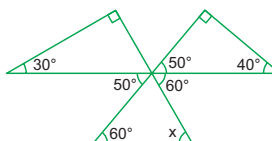
$$x + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore x = 120^\circ$$



Clave C

6

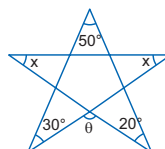


$$60^\circ + x = 110^\circ$$

$$\therefore x = 50^\circ$$

Clave E

7



$$\theta = 180^\circ - 2x$$

$$\theta = 30^\circ + 50^\circ + 20^\circ$$

$$\theta = 100^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ - 2x = 100^\circ$$

$$80^\circ = 2x$$

$$\therefore x = 40^\circ$$

Clave A

8

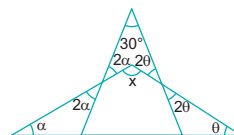


$$4x + x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

Clave C

9



$$x = 30^\circ + 2(\alpha + \theta) \quad (I)$$

$$\alpha + \theta + x = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \theta = 180^\circ - x \quad (II)$$

Reemplazamos (II) en (I):

$$\Rightarrow x = 30^\circ + 2(180^\circ - x)$$

$$x = 390^\circ - 2x$$

$$3x = 390^\circ$$

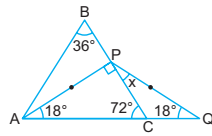
$$x = 130^\circ$$

$$\Rightarrow S(130^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

Clave C



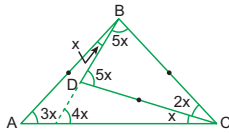
10



$$18^\circ + x = 72^\circ$$

$$\therefore x = 54^\circ$$

11

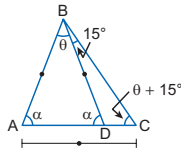


$$5x + 5x + 2x = 180^\circ$$

$$12x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 15^\circ$$

12



Por angulo externo:  $\alpha = \theta + 30^\circ$

Propiedad de triángulos:

$$\alpha + 2\theta + 30^\circ = 180^\circ$$

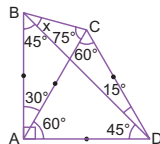
$$\theta + 30^\circ + 2\theta + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3\theta = 120^\circ$$

$$\theta = 40^\circ$$

$$\Rightarrow m\angle BCA = 55^\circ$$

13

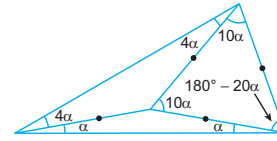


$$\alpha = 15^\circ$$

$$45^\circ + x = 75^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

14



$$\Rightarrow 10\alpha = 60^\circ$$

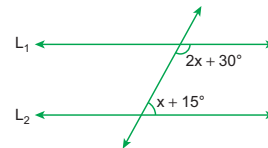
$$\therefore \alpha = 6^\circ$$

Clave D

Clave B

### REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 190)

1



Del gráfico:

$$2x + 30^\circ + x + 15^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 45^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 135^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

Clave C

Clave E

2

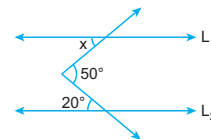
$$2x + 30^\circ + x = 90^\circ$$

$$3x = 60^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

Clave B

3



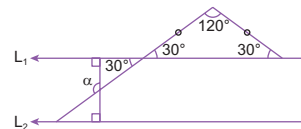
$$50^\circ = 20^\circ + x$$

$$x = 30^\circ$$

Clave B

Clave C

4



Del gráfico:

$$\alpha = 90^\circ + 30^\circ$$

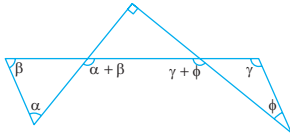
$$\alpha = 120^\circ$$

Clave D

Clave C



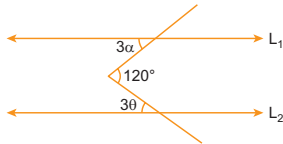
5



Por propiedad:  
 $\alpha + \beta + \gamma + \phi = 90^\circ + 180^\circ$   
 $\alpha + \beta + \gamma + \phi = 270^\circ$

Clave D

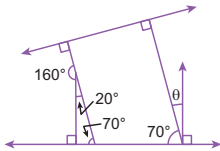
6



Del gráfico:  
 $3\alpha + 3\theta = 120^\circ$   
 $\alpha + \theta = 40^\circ$

Clave A

7



$\theta + 70^\circ + 90^\circ = 180^\circ$   
 $\theta = 20^\circ$

Clave B

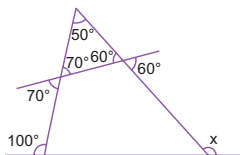
## NIVEL 2 (página 190)

8

Por propiedad:  
 $x = 90 + \frac{56^\circ}{2} = 118^\circ$

Clave D

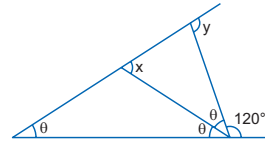
9



Por propiedad:  
 $x + 100^\circ = 50^\circ + 180^\circ$   
 $x + 100^\circ = 230^\circ$   
 $\therefore x = 130^\circ$

Clave B

10

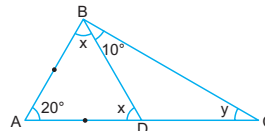


$2\theta + 120^\circ = 180^\circ$   
 $2\theta = 60^\circ$   
 $\theta = 30^\circ$   
 $x = 2\theta$   
 $y = 3\theta$

Luego:  $x + y = 5\theta = 5(30^\circ) = 150^\circ$

Clave C

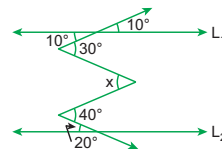
11



$x = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2}$   
 $x = 80^\circ$   
 $\therefore y = 70^\circ$

Clave D

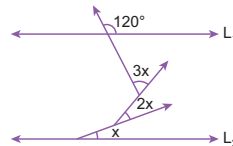
12



Por propiedad:  
 $20^\circ + x + 10^\circ = 30^\circ + 40^\circ$   
 $x = 40^\circ$

Clave B

13

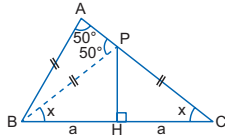


Por propiedad:  
 $x + 2x + 3x + 60^\circ = 180^\circ$   
 $6x = 120^\circ$   
 $x = 20^\circ$

Clave B



14



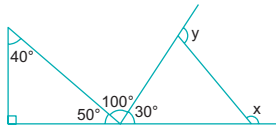
$$2x = 50^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

Clave C

NIVEL 3 (página 191)

15



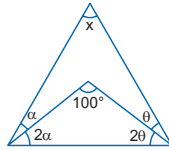
Por propiedad:

$$x + y = 30^\circ + 180^\circ$$

$$x + y = 210^\circ$$

Clave A

16



Del gráfico:

$$2\alpha + 2\theta + 100^\circ = 180^\circ$$

$$2(\alpha + \theta) = 80^\circ$$

$$\alpha + \theta = 40^\circ$$

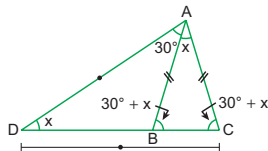
$$x + \alpha + \theta = 100^\circ$$

$$x + 40^\circ = 100^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

Clave E

17



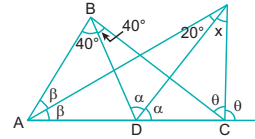
$$30^\circ + x + 30^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$3x = 120^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

Clave D

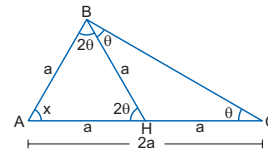
18



$$x = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

Clave C

19

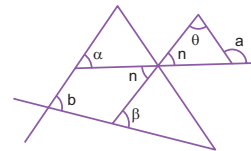


El  $\triangle ABH$  es equilátero.

$$\therefore x = 60^\circ$$

Clave C

20



$$b + n = \alpha + \beta$$

$$\theta + n = a$$

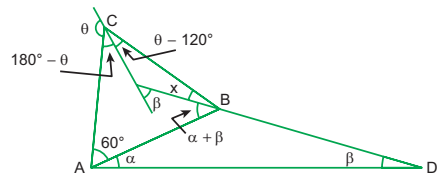
$$b - \theta = \alpha + \beta - a$$

$$b + a = \alpha + \beta + \theta$$

$$b + a = 50^\circ$$

Clave A

21



$$\alpha + \beta + x = 60^\circ$$

$$\theta - 120^\circ + x = \beta$$

$$\alpha + \theta + 2x - 120^\circ + \beta = 60^\circ + \beta$$

$$140^\circ - 120^\circ + 2x = 60^\circ$$

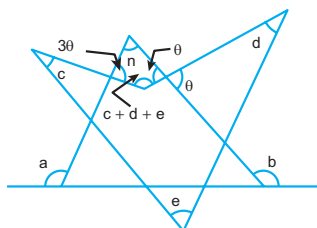
$$2x = 40^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

Clave E



22



$$\begin{aligned}
 n + 180^\circ &= a + b \\
 n + c + d + e &= 180^\circ - 3\theta + (180^\circ - \theta) \quad (-) \\
 \hline
 180^\circ - c - d - e &= a + b - 360^\circ + 4\theta \\
 540^\circ &= a + b + c + d + e + 4\theta \\
 540^\circ &= 340^\circ + 4\theta \\
 200^\circ &= 4\theta \\
 \theta &= 50^\circ
 \end{aligned}$$

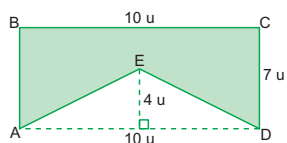
Clave E

## Unidad 4

## Perímetros y áreas

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 197)

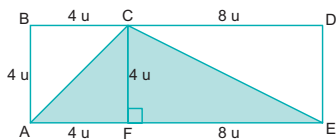
- 1 El área sombreada la obtendremos por diferencia de áreas, es decir:



$$\begin{aligned}
 A_{\triangle ABCDE} &= A_{\square ABCD} - A_{\triangle AED} \\
 &= 7 \cdot 10 - \frac{10 \cdot 4}{2} \\
 \therefore A_{\triangle ABCDE} &= 50 \text{ u}^2
 \end{aligned}$$

Clave B

2

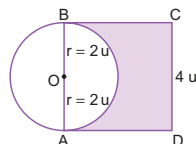


El área sombreada es un triángulo.

$$\begin{aligned}
 A_{\triangle ACE} &= \frac{b \cdot h}{2} \\
 A_{\triangle ACE} &= \frac{(4 + 8)(4)}{2} \\
 \therefore A_{\triangle ACE} &= 24 \text{ u}^2
 \end{aligned}$$

Clave D

3



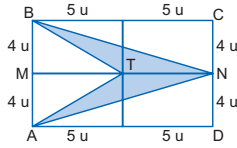
El área de la región sombreada la obtendremos por diferencia de áreas, es decir:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{shaded}} &= A_{\square ABCD} - A_{\text{semicircle}} \\
 &= 4^2 - \frac{\pi \cdot 2^2}{2} \\
 \therefore A_{\text{shaded}} &= 2 \cdot (8 - \pi)
 \end{aligned}$$

Clave C



- 4 El área sombreada la obtendremos como la suma de áreas, es decir:

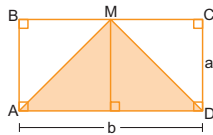


$$\begin{aligned} A_{\text{shaded}} &= A_{\triangle MTN} + A_{\triangle NTM} \\ &= \frac{b \times h}{2} + \frac{b \times h}{2} \\ &= \frac{(5 \times 4)}{2} + \frac{(5 \times 4)}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore A_{\text{shaded}} = 20 u^2$$

Clave B

5

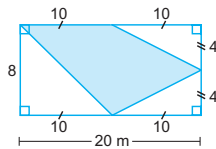


$$\text{Dato: } ab = 80$$

$$A_{\triangle AMD} = \frac{ab}{2} = 40 \text{ m}^2$$

Clave E

6



$$A = 20 \times 8 - \left( \frac{8 \times 10}{2} \right) - \left( \frac{10 \times 4}{2} \right) - \left( \frac{4 \times 10}{2} \right)$$

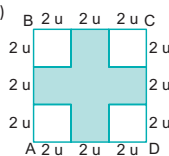
$$A = 160 - 40 - 20 - 20$$

$$A = 80 \text{ m}^2$$

Clave A

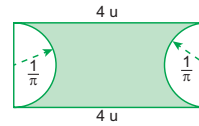
- 7 El área sombreada la obtendremos por diferencia de áreas, es decir:

$$\begin{aligned} A_{\text{shaded}} &= A_{(\square ABCD, \ell = 6u)} - 4A_{(\square, \ell = 2u)} \\ &= 6^2 - 4 \cdot 2^2 \\ \therefore A_{\text{shaded}} &= 20 u^2 \end{aligned}$$



Clave E

- 8 El perímetro de la región sombreada está formado por 2 lados del rectángulo y las longitudes de las 2 semicircunferencias.

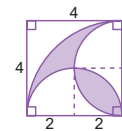


$$P = 4 + 4 + 2 \left[ \frac{2\pi \left( \frac{1}{\pi} \right)}{2} \right]$$

$$\therefore P = 10 u$$

Clave A

9

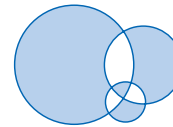


Perímetro de la región sombreada:

$$\frac{2\pi \cdot 4 \cdot 90^\circ}{360^\circ} + 4 \left[ \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} \right] = 2\pi + 4\pi = 6\pi$$

Clave B

10



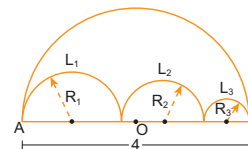
El perímetro de las regiones sombreadas, es la suma de las longitudes de las 3 circunferencias, entonces:

$$2p = 2\pi \times 3 + 2\pi \times 2 + 2\pi \times 1$$

$$2p = 12\pi \text{ cm}$$

Clave C

11



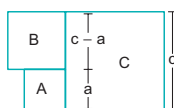
$$\begin{aligned} L_1 &= \pi R_1 \\ L_2 &= \pi R_2 \\ L_3 &= \pi R_3 \end{aligned} \quad (+)$$

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 + L_3 &= \pi(R_1 + R_2 + R_3) \\ &= 2\pi \end{aligned}$$

Clave B



12



$$\text{Perímetro A} = 4a$$

$$\text{Perímetro B} = 4c - 4a$$

$$\text{Perímetro C} = 4c$$

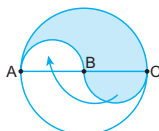
Piden:

$$\frac{\text{Perímetro A} + \text{Perímetro B}}{\text{Perímetro C}}$$

$$= \frac{4a + 4c - 4a}{4c} = 1$$

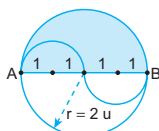
Clave C

- 13 El área sombreada la obtendremos mediante la traslación de áreas.



$$\Rightarrow A_{\text{shaded}} = A_{\triangle ABC}$$

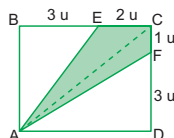
$$= \frac{\pi \cdot 2^2}{2}$$



$$\therefore A_{\text{shaded}} = 2\pi u^2$$

Clave B

- 14 El área sombreada está formada por 2 triángulos, es decir:



$$A_{\triangle AECF} = A_{\triangle AEC} + A_{\triangle ACF}$$

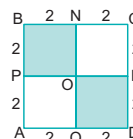
$$= \frac{2 \times 4}{2} + \frac{1 \times 5}{2}$$

$$\therefore A(\triangle AECF) = 6,5 u^2$$

Clave C

## REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 199)

1

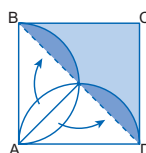


Del gráfico:

$$A_s = 2A_{\square PBNO} = 2(2^2) = 8 u^2$$

Clave E

2

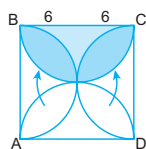


Del gráfico:

$$A_s = A_{\triangle BCD} = \frac{6 \times 6}{2} = 18 u^2$$

Clave C

3

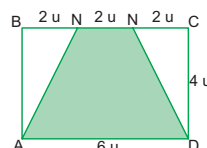


Del gráfico:

$$A_s = \frac{\pi \cdot 6^2}{2} = 18\pi u^2$$

Clave B

4

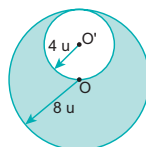


Del gráfico:

$$A_s = \left( \frac{6+2}{2} \right) \times 4 = 16 u^2$$

Clave D

5

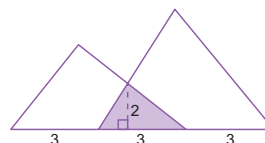


Del gráfico:

$$A_s = \pi 8^2 - \pi 4^2 = 48\pi u^2$$

Clave E

6



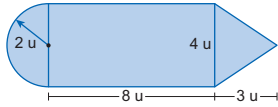
Del gráfico:

$$A_s = \frac{3 \times 2}{2} = 3 u^2$$

Clave D



7



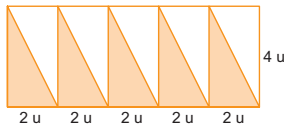
Del gráfico:

$$A_s = \frac{3 \times 4}{2} + 8 \cdot 4 + \frac{\pi \cdot 2^2}{2}$$

$$= 38 + 2\pi = 2(19 + \pi) u^2$$

Clave D

8



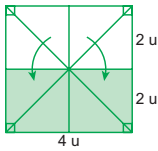
Del gráfico:

$$A_s = 5 \left( \frac{2 \times 4}{2} \right) = 20 u^2$$

Clave E

## NIVEL 2 (página 200)

9

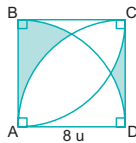


Del gráfico:

$$A_s = 4 \times 2 = 8 u^2$$

Clave D

10



Del gráfico:

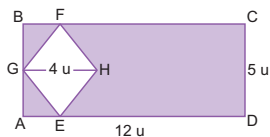
$$A_s = A_{\square ABCD} - A_{\triangle ACD}$$

$$= 8^2 - \frac{\pi \times 8^2}{4}$$

$$= 64 - 16\pi = 16(4 - \pi) u^2$$

Clave B

11



Del gráfico:

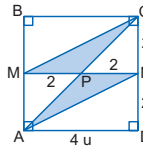
$$A_s = A_{\square ABCD} - A_{\diamond GFHE}$$

$$= 12 \cdot 5 - \frac{4 \times 5}{2}$$

$$= 60 - 10 = 50 u^2$$

Clave A

12

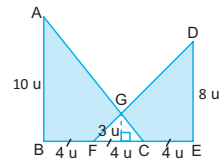


Del gráfico:

$$A_s = 2A_{\triangle MPC} = 2 \left( \frac{2 \times 2}{2} \right) = 4 u^2$$

Clave E

13



Del gráfico:

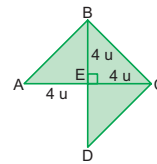
$$A_s = A_{\triangle ABC} + A_{\triangle DEF} - 2A_{\triangle FGC}$$

$$= \frac{8 \cdot 10}{2} + \frac{8 \cdot 8}{2} - 2 \left( \frac{3 \cdot 4}{2} \right)$$

$$= 60 u^2$$

Clave D

14

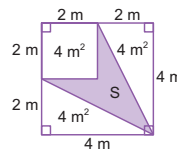


Del gráfico:

$$A_s = 3A_{\triangle AEB} = 3 \left( \frac{4 \times 4}{2} \right) = 24 u^2$$

Clave A

15



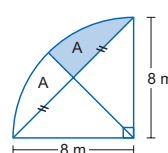
$$S + 4 + 4 + 4 = A_{\square} = 16$$

$$S + 12 = 16$$

$$\Rightarrow S = 4 m^2$$

Clave E

16



Del gráfico:

$$A_{\square} = 2A + A_{\triangle}$$

$$\frac{\pi}{2} \times 8^2 = 2A + \frac{8 \times 8}{2}$$

$$16\pi = 2A + 32$$

$$8\pi = A + 16$$

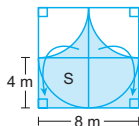
$$\Rightarrow A = 8(\pi - 2) m^2$$

Clave A



### NIVEL 3 (página 201)

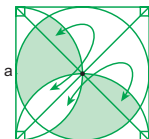
17



$$S = 8 \times 4 \Rightarrow S = 32 \text{ m}^2$$

Clave C

18

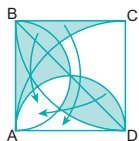


Por traslación de áreas se forma un semicírculo cuyo diámetro es a.

$$\Rightarrow A_{\odot} = \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{\pi a^2}{8}$$

Clave D

19

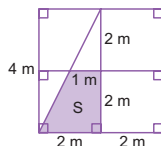


Del gráfico:

$$\frac{A_s}{A_{\square ABCD}} = \frac{A_{\triangle BAD}}{A_{\square ABCD}} = \frac{\frac{a \cdot a}{2}}{a^2} = \frac{1}{2}$$

Clave A

20

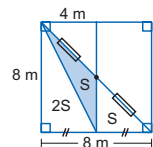


$$S = \left( \frac{2+1}{2} \right) 2 = 3 \text{ m}^2$$

$$\frac{\text{Área de la región sombreada}}{\text{Área de la región no sombreada}} = \frac{3}{13}$$

Clave A

21

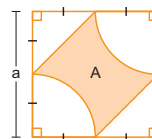


$$4S = \frac{8 \cdot 8}{2}$$

$$4S = 32 \Rightarrow S = 8 \text{ m}^2$$

Clave A

22

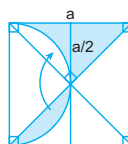


$$A = A_{\square} - 2A_{\triangle} - 2A_{\odot}$$

$$A = a^2 - 2 \left( \frac{a}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - 2 \left( \frac{a^2 \pi}{16} \right) = \frac{a^2 (6 - \pi)}{8}$$

Clave C

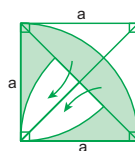
23



$$A = a \times \frac{a}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{a^2}{4}$$

Clave C

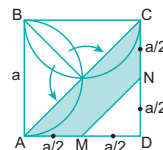
24



$$A = \frac{a \times a}{2} = \frac{a^2}{2}$$

Clave A

25



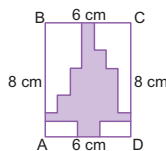
Del gráfico:

$$A_s = A_{\square CNMA} = \frac{\left( a\sqrt{2} + \frac{a}{2}\sqrt{2} \right)}{2} \times \frac{a}{4}\sqrt{2}$$

$$= 3 \frac{a}{4} \sqrt{2} \cdot \frac{a}{4} \sqrt{2} = \frac{3a^2}{8}$$

Clave E

26



Del gráfico:

$$2p = 2(AB + AD)$$

$$= 2(8 + 6)$$

$$= 28 \text{ cm}$$

Clave C


## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 208)

- 1 5 rutas por tren.  
7 rutas por auto.  
⇒ 12 rutas en total.

Clave C

- 2 7 blusas  
4 faldas  
3 zapatos  
⇒  $7 \times 4 \times 3 = 84$   
Se podrá vestir de 84 maneras distintas.

Clave A

- 3   
 $3! = 6$   
Se podrá realizar de 6 maneras diferentes.

Clave A

- 4  $6! = 720$  maneras


Clave B

- 5 LÁPIZ ⇒ 5 letras  
 $P_{(5)} = 5! = 120$

Clave A

- 6  $PC_5 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Clave A

- 7   
⇒  $P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Clave E

- 8  $P_6 = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$   
 $P_6 = 720$

Clave E

- 9  $V_3^7 = 7 \times 6 \times 5 = 210$

Clave A

- 10  $V_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!}$   
 $V_4^{10} = 5040$

Clave E

- 11  $S = \frac{40!}{38!} = \frac{40 \times 39 \times 38!}{38!} = 1560$

Clave C

- 12  $E = \frac{15!(1+16)}{14!(15+1)} = \frac{15 \times 17}{16} = \frac{255}{16}$

Clave A

$$\begin{aligned} 13 \quad & \frac{\overbrace{C_4^{31} + C_5^{31} + C_6^{32} + C_7^{33}}^{C_5^{32}}}{C_8^{34}} \\ & \frac{\overbrace{C_5^{32} + C_6^{32} + C_7^{33}}^{C_6^{33}}}{C_8^{34}} \\ & \frac{C_6^{33} + C_7^{33}}{C_8^{34}} = \frac{C_7^{34}}{C_8^{34}} = \frac{C_7^{34}}{\frac{34-8+1}{8} C_7^{34}} = \frac{8}{27} \end{aligned}$$

Clave C

$$\begin{aligned} 14 \quad & 4x - 3 = 1 \quad \vee \quad 4x - 3 = 0 \\ & x = 1 \quad \vee \quad x = \frac{3}{4} \\ & \therefore 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4} \end{aligned}$$

Clave C

## REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 210)

- 1  $V_4^5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$

Clave E

- 2 LETRAS ⇒ 6 letras  
 $6! = 720$

Clave E

- 3 MUNDIAL ⇒ 7 letras  
 $P_7 = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$   
 $P_7 = 5040$

Clave B

- 4  $C_4^8 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4!}$   
 $C_4^8 = 70$

Clave E

- 5  $V_4^6 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 360$

Clave E

- 6 7 4 5 2 ⇒ 4 números  
 $P_4 = 4! = 2 \times 3 \times 4 = 24$

Clave B

- 7  $P_6 = 6! = 720$

Clave C

- 8  $P_3 = 3! = 6$

Clave E

- 9  $PC_6 = (6-1)! = 5!$   
 $PC_6 = 120$

Clave E



## NIVEL 2 (página 210)

10  $C_4^7 = \frac{7!}{4! \times 3!} = 35$

Clave E

11  $C_3^{10} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3!} = 120$

Clave A

12  $C_8^{10} = C_2^{10} = \frac{10 \times 9}{2!} = 45$

Clave D

13  $C_3^{18} = \frac{18 \times 17 \times 16}{3!} = 816$

Clave D

14  $C_3^6 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = 20$

Clave D

15  $V_4^7 = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$   
 $V_4^7 = 840$

Clave A

16  $V_4^7 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$   
 $V_4^7 = 840$

Clave A

17  $V_3^5 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{2!} = 60$

Clave A

18  $V_3^7 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!}$   
 $V_3^7 = 210$

Clave D

## NIVEL 3 (página 211)

19  $V_4^9 = \frac{9!}{5!}$   
 $V_4^9 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 3024$

Clave E

20 a  $\Rightarrow$  6 Valores  
 b  $\Rightarrow$  5 Valores  
 $\Rightarrow 6 \times 5 = 30$  fracciones

Clave B

21 4; 5; 6; 7; 8  $\Rightarrow$  5 valores

1.º caso

$\overline{ab}5 \Rightarrow n.º$  de valores  $= V_2^4 = 4 \times 3 = 12$

2.º caso

$\overline{ab}7 \Rightarrow n.º$  de valores  $= V_2^4 = 4 \times 3 = 12$

$\therefore$  cantidad de números impares:  $12 + 12 = 24$

Clave C

22 Se seleccionan 2 hijos de un total de 5. Luego, este resultado es multiplicado por el número de dulces diferentes que es 2.

$C_2^5 \times 2 = \left( \frac{5 \times 4}{2} \right) \times 2 = 20$

Clave E

23  $V_2^5 = 5 \times 4 = 20$

Clave B

24 7 frutas en total

$C_3^7 = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 4!} = 35$

Habrán 5 jugos donde estén la carambola y la fresa, luego:

$35 - 5 = 30$

Clave B

25 Como entre las niñas debe haber un asiento vacío, los asientos se considerarán como una sola persona.

$P_2 \times P_2 = 2! \times 2! = 2 \times 2 = 4$

Clave D

26  $C_2^4 \times C_2^7$

$\frac{4 \times 3}{2!} \times \frac{7 \times 6}{2!} = 6 \times 21 = 126$

Clave C

27  $C_4^{10} + C_5^{10} + C_6^{10} + C_7^{10} + C_8^{10} + C_9^{10} + C_{10}^{10}$

Sabemos:  $C_k^n = C_{n-k}^n$

Entonces:

$= C_4^{10} + C_5^{10} + C_4^{10} + C_3^{10} + C_2^{10} + C_1^{10} + C_{10}^{10}$

$= 210 + 252 + 210 + 120 + 45 + 10 + 1$

$= 848$

Clave A

## ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 217)

1  $\Omega = \{C; C\}; \{C; S\}; \{S; C\}; \{S; S\}$

$n(\Omega) = 4$

$A = \{\{C; S\}; \{S; C\}; \{S; S\}\}$

$n(A) = 3$

$\therefore P(A) = \frac{3}{4}$

Clave B

2  $\epsilon$ : se arrojan 2 dados

$n(\Omega) = 36$

A: no sea número par

$n(A) = 18$

$\therefore P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

Clave A

3  $n(\Omega) = 52$

A: se extrae una carta de trébol

$n(A) = 13$

$\therefore P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

Clave E

4  $\epsilon$ : se lanzan 2 dados

$n(\Omega) = 36$

A: suma de puntos igual a 9

$n(A) = 4$

$\therefore P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Clave B

5  $n(\Omega) = 40 + 20 = 60$

A: se extrae una bola negra

$n(A) = 20$

$\therefore P(A) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

Clave D

6  $n(\Omega) = 30$

A: no sea de Tacna

$n(A) = 20$

$\therefore P(A) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Clave A

7  $n(\Omega) = 52$

A: carta que no sea 10

$n(A) = 48$

$\therefore P(A) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

Clave C

8  $n(\Omega) = 8$

A: no se obtengan figuras iguales

$n(A) = 6$

$\therefore P(A) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Clave E

9  $n(\Omega) = 21$

A: nota > 10

$n(A) = 10$

$\therefore P(A) = \frac{10}{21}$

Clave B

10  $n(\Omega) = 52$

A: carta de un as

$n(A) = 4$

$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$n(\Omega) = 52$

B: carta de corazones

$n(B) = 13$

$P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

Probabilidad de obtener as de corazones =  $\frac{1}{52}$

$\therefore P = \frac{1}{13} + \frac{1}{4} - \frac{1}{52} = \frac{4}{13}$

Clave C

11 Se trata de sucesos independientes.

$P(\text{obtener una espada}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

$P(\text{obtener un n.º impar}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\therefore P = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Clave D

12 Se trata de sucesos dependientes.

$P_1 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$P_2 = \frac{1}{9} \quad \therefore P = \frac{1}{5} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$

Clave E

13  $n(\Omega) = 36$

$A = \{(1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3); (5; 2); (6; 1)\}$

$n(A) = 6$

$\therefore P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Clave A





- 14 Aplicamos el evento complementario.

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Problema anterior

$$\therefore P(A^c) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Clave B

### REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 219)

1  $P(\text{roja}) = \frac{8}{20} = 0,4$

Clave E

2  $P(\text{verde}) = \frac{7}{20} = 0,35$

Clave C

3  $P(\text{amarilla}) = \frac{5}{20} = 0,25$

Clave A

4  $P(\text{no roja}) = 1 - \frac{8}{20} = 0,6$

Clave D

5  $P(\text{no amarilla}) = 1 - \frac{5}{20} = 0,75$

Clave B

6  $P(\text{hombre}) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

Clave C

7  $P(\text{mujer morena}) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$

Clave D

8  $P(\text{hombre o mujer}) = 1$

Clave A

9  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}; n(\Omega) = 6$   
 $A = \{2; 4; 6\}; n(A) = 3$   
 $\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Clave C

10  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}; n(\Omega) = 6$   
 $B = \{3; 6\}; n(B) = 2$   
 $\therefore P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Clave E

### NIVEL 2 (página 219)

11  $n(\Omega) = 6$   
 $C = \{5; 6\}; n(C) = 2$   
 $\therefore P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Clave B

12  $\Omega = \{(C; C), (S; S), (S; C), (C; S)\}; n(\Omega) = 4$   
 $A = \{(C; C)\}; n(A) = 1$   
 $\therefore P(A) = \frac{1}{4}$

Clave A

13  $n(\Omega) = 4$   
 $B = \{(S; S)\}; n(B) = 1$   
 $\therefore P(B) = \frac{1}{4}$

Clave C

14  $n(\Omega) = 4$   
 $E = \{(C; S); (S; C)\}; n(E) = 2$   
 $\therefore P(E) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Clave E

15 Considerando la numeración del 1 al 20, los múltiplos de 3 son 3; 6; 9; 12; 15; 18, luego:  
 $P(\frac{3}{20}) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3$

Clave B

16 Los eventos considerados son complementarios:  
 $P(\text{acierto}) + P(\text{no acierto}) = 1$   
 $0,01 + P(\text{no acierto}) = 1$   
 $\therefore P(\text{no acierto}) = 0,99$

Clave E

17  $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

Clave E

18  $P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Clave C

19  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

Clave A

20  $P(A^c \cap B^c) = P[(A \cup B)^c] = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

Clave D

### NIVEL 3 (página 220)

21  $P(A^c \cup B^c) = P((A \cap B)^c) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Clave A

22  $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

Clave B

23  $P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

Clave C

24  $P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Clave C

25  $P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)$   
 $P(B) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$

Clave E

26  $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

Clave E



27  $P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$  **Clave D**

28 Resolviendo:  
 $P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$  **Clave B**

29  $P(A) = \frac{2}{5}; P(B) = \frac{1}{2}; P(A \cap B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$

$P(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$  **Clave A**

30 Resolviendo:  
 $P(R \cup B) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} - \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$  **Clave E**

## Unidad 4

# Teoría de conjuntos

### ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 227)

1 Como:  $3 < x < 8 \Rightarrow x \in \{4; 5; 6; 7\}$   
 Luego:  $x = 4 \Rightarrow 4^2 + 5 = 21$   
 $x = 5 \Rightarrow 5^2 + 5 = 30$   
 $x = 6 \Rightarrow 6^2 + 5 = 41$   
 $x = 7 \Rightarrow 7^2 + 5 = 54$   
 $\therefore A = \{21; 30; 41; 54\}$  **Clave C**

2 Dado que:  $5 < x < 10 \Rightarrow x \in \{6; 7; 8; 9\}$   
 Luego:  $x = 6 \Rightarrow 6^2 - 4 = 32$   
 $x = 7 \Rightarrow 7^2 - 4 = 45$   
 $x = 8 \Rightarrow 8^2 - 4 = 60$   
 $x = 9 \Rightarrow 9^2 - 4 = 77$   
 $B = \{32; 45; 60; 77\}$   
 $\therefore$  Suma de elementos de B:  $32 + 45 + 60 + 77 = 214$  **Clave B**

3 Como  $A = B$  se cumple:  
 $a^3 + 2 = 127 \wedge b - a = 13$   
 $a^3 = 125 \quad b - 5 = 13$   
 $a = 5 \quad b = 18$   
 $\therefore a + b = 5 + 18 = 23$  **Clave D**

4 Como A y B son unitarios se cumple:  
 $x + 7 = 2x + 5 \wedge y - 3 = 5y - 15$   
 $\Rightarrow x = 2 \quad 12 = 4y$   
 $\Rightarrow y = 3$   
 $\therefore x + y = 2 + 3 = 5$  **Clave A**

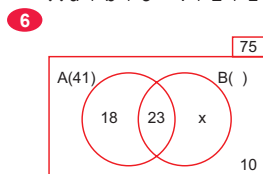
5 A y B son unitarios e iguales se cumple:

•  $6c + 1 = 8c - 1$   
 $2 = 2c$   
 $c = 1$

•  $a + 3 = 6c + 1$   
 $a + 3 = 6(1) + 1$   
 $a + 3 = 7$   
 $a = 4$

•  $3b + 1 = 6c + 1$   
 $3b = 6(1)$   
 $b = 2$

$\therefore a + b + c = 4 + 2 + 1 = 7$



Del gráfico:

$18 + 23 + x + 10 = 75$

$51 + x = 75$

$x = 24$

$\therefore n(B) = 23 + x = 23 + 24 = 47$

7

• A es unitario:  
 $a + 4 = 2a - 4 \quad y \quad b - 2 = a + 4$   
 $a = 8 \quad b - 2 = 8 + 4$   
 $b = 14$

• B es unitario:



$$\frac{b}{2} - 3 = \frac{c+3}{3}$$

$$\frac{14}{2} - 3 = \frac{c+3}{3}$$

$$12 = c + 3$$

$$c = 9$$

- C es unitario:

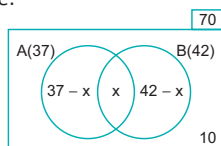
$$\frac{c}{3} - 1 = d - 4$$

$$\frac{9}{3} - 1 = d - 4$$

$$d = 6$$

$$\therefore a + b + c + d = 8 + 14 + 9 + 6 = 37$$

- 8 Gráficamente:



Del gráfico:

$$37 - x + x + 42 - x + 10 = 70$$

$$89 - x = 70$$

$$x = 19$$

Clave D

9

- $\{b\} \subset M$  es F, pues  $\{b\} \in M$ .
- $b \in M$  es F.
- $\{\{m\}\} \subset M$  es V, pues  $\{m\} \in M$ .
- $\{\{b\}; p\} \subset M$  es V, pues  $\{b\} \in M \wedge p \in M$ .
- $\{\{b\}; \{m\}\} \in M$  es F, pues  $\{b\} \in M \wedge \{m\} \in M$ .
- $m \in M$  es F, pues  $\{m\} \in M$ .

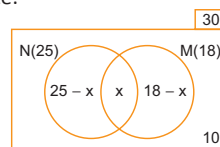
Clave D

- 10 Como  $5 < x < 12 \Rightarrow P = \{6; 7; 8; 9; 10; 11\}$

- $\{7; 8; 11\} \subset P$  es V, pues  $7 \in P, 8 \in P$  y  $11 \in P$ .
- $5 \in P$  es F.
- $\{8; 10\} \subset P$  es V, pues  $8 \in P$  y  $10 \in P$ .
- $n(P) = 6$  es V.

Clave B

- 11 Gráficamente:



Del gráfico:

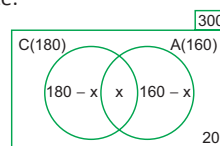
$$25 - x + x + 18 - x = 30$$

$$43 - x = 30$$

$$x = 13$$

Clave C

- 12 Gráficamente:



Del gráfico:

$$180 - x + x + 160 - x + 20 = 300$$

$$360 - x = 300$$

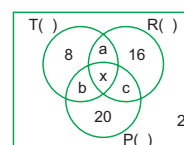
$$x = 60$$

Piden:

$$180 - x + 160 - x = 340 - 2x = 340 - 120 = 220$$

Clave A

- 13 Gráficamente:



Del gráfico y de los datos:

$$\left. \begin{array}{l} a + x = 7 \\ b + x = 8 \\ c + x = 4 \end{array} \right\} (+)$$

$$a + b + c + 3x = 19 \quad \dots(I)$$

También:

$$a + b + c + x + 8 + 16 + 20 + 2 = 59$$

$$a + b + c + x + 46 = 59$$

$$a + b + c + x = 13 \dots (II)$$

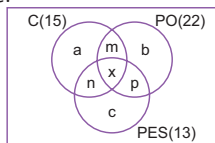
$$\text{Restando (I) - (II): } 2x = 6$$

$$x = 3$$

Clave B



14 Gráficamente:



Del gráfico:

$$\left. \begin{array}{l} a + m + n + x = 15 \\ b + m + p + x = 22 \\ c + n + p + x = 13 \end{array} \right\} (+)$$

$$a + b + c + 2(m + n + p) + 3x = 50 \quad \dots(I)$$

También:

$$\left. \begin{array}{l} n + x = 5 \\ p + x = 7 \\ m + x = 12 \end{array} \right\} (+)$$

$$m + n + p + 3x = 24 \quad \dots(II)$$

Restando (I) - (II):  $a + b + c + m + n + p = 26$

$$\text{Además: } \underbrace{a + b + c + m + n + p + x}_{26} = 31$$

$$\therefore x = 5$$

Clave D

## REFUERZA PRACTICANDO

### NIVEL 1 (página 229)

1 Por extensión:  $A = \{0; 1; 2\}$

Clave E

2 Por extensión:  $B = \{0,5; 1; 1,5; 2; 2,5\}$

Clave C

3 Por extensión:  $C = \{-3; -1; 1; 3; 5\}$

Clave C

4 El conjunto es:  $(A \cup B) - C$

Clave E

5 El conjunto es:  $(A \Delta B) \cap C$

Clave A

6 Del gráfico:

$$\text{Salsa} = 30 + 22 = 52$$

Clave A

7 Del gráfico:

$$\text{Cumbia} = 22 + 45 = 67$$

Clave C

8 Del gráfico:

$$\text{Salsa a cumbia} = 30 + 22 + 45 = 97$$

Clave E

9 Del gráfico:

$$\text{Salsa y cumbia} = 22$$

Clave B

10 Conjunto unitario:

$$3x - 1 = 8; \quad y - x = 8$$

$$x = 3; \quad y - 3 = 8$$

$$y = 11$$

$$\therefore x + y = 14$$

Clave C

### NIVEL 2 (página 230)

11 Conjuntos iguales:

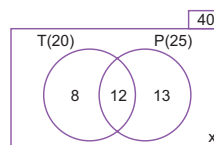
$$m + 5 = 12; \quad 7 = n - 2$$

$$m = 7; \quad n = 9$$

$$\therefore m \cdot n = 63$$

Clave B

12 Diagrama de Venn-Euler:



Del gráfico:

$$8 + 12 + 13 + x = 40$$

$$\therefore x = 7$$

Clave D

13  $B \cap A = \{2; 4\}$

Clave D

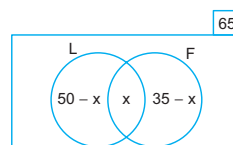
14  $B \Delta A = \{1; 3; 5; 6; 8\}$

Clave C

15  $U - B = \{6; 7; 8; 9; 10\}$

Clave E

16



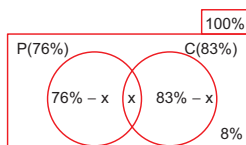
Del gráfico:  $50 - x + x + 35 - x = 65$

$$\therefore x = 20$$

Clave A



17



Del gráfico:  $76\% - x + x + 83\% - x + 8\% = 100\%$   
 $x = 67\%$   
 $\therefore$  Solo chanco =  $83\% - 67\% = 16\%$

Clave D

18

	Hombre	Mujer
Bailan	x	x
No bailan	6x	3x

Dato:  $x + 6x + x + 3x = 55$   
 $\therefore x = 5$

Clave D

### NIVEL 3 (página 231)

19  $P = \{3; \{7\}; \{9; 10\}; \{4\}; 2; 4\}$

A)  $2 \in P \rightarrow$  es correcto.

↓  
elemento

B)  $\{2\} \subset P \rightarrow$  es correcto.

↓  
subconjunto

C)  $\{9; 10\} \subset P \rightarrow$  es incorrecto.

↓  
no es  
subconjunto

D)  $\{\{4\}\} \subset P \rightarrow$  es correcto.

↓  
subconjunto

E)  $\emptyset \subset P \rightarrow$  es correcto.

↓  
subconjunto

Clave C

20  $\{a + b; b\} = \{0; 1\}$

- $b = 0$ :  $a + b = 1$   
 $a + 0 = 1$   
 $a = 1$
- $b = 1$ :  $a + b = 0$   
 $a + 1 = 0$   
 $a = -1 \notin \mathbb{N}$

$$\therefore a^4 + 4b^2 = 1^4 + 4(0)^2 = 1$$

Clave E

21

- A) Falso  
 Como:  $F \subset G \Rightarrow F - G = \emptyset$   
 Luego:  $(F - G) \cup H = \emptyset \cup H = H \neq \emptyset$
- B) Verdadero  
 Como:  $F \subset G \Rightarrow F \cap G = F$   
 Luego:  $(F \cap G) \cap H = F \cap H = \emptyset$
- C) Falso  
 Como:  $F \cap H = \emptyset \Rightarrow F - H = F$   
 Luego:  $(F - H) \cup G = F \cup G = G \neq \emptyset$
- D) Falso:  
 $(F - H) \cap G = F \cap G = F$

Clave B

22  $M = \{0; 1\}$

$N = \{-1; 0; 1\}$   
 $\Rightarrow M \cap N = \{0; 1\} \Rightarrow n(M \cap N) = 2$   
 $\therefore n[P(M \cap N)] = 2^2 = 4$

Clave D

23  $B = \{x \in \mathbb{Z} / 2x + 3 = 6\} = \emptyset$

- A) Incorrecto  
 $A \cup \emptyset = A \neq \emptyset$
- B) Incorrecto
- C) Incorrecto  
 $A \cup \emptyset^c = A \cup U = U$
- D) Correcto  
 $A \cap A^c = \emptyset = B$
- E) Incorrecto  
 $A \cap B = A \cap \emptyset = \emptyset$

Clave D

24 Se tiene en T:

$$\begin{array}{r} 3x - 5y = 7 \\ x + y = 7 \\ \hline 2x - 6y = 0 \\ x = 3y \end{array}$$

Luego:  
 $x + y = 3y + y = 4y \in \mathbb{N}$   
 Como:  $2y \leq 2$   
 $4y \leq 4$   
 $\Rightarrow T = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 235)

- 1 Las figuras de la primera fila invierten su sombreado.

Clave C

- 2  $4^2 - 4 = 12$   
 $5^2 - 4 = 21$   
 $6^2 - 4 = 32$   
 $7^2 - 4 = 45$

Clave E

- 3  $-1 + 1 + 2 - 1 = +1$   
 $\therefore$  El mañana del domingo es lunes.

Clave B

- 4
- |            |          |            |          |
|------------|----------|------------|----------|
|            |          |            |          |
| 1 punto    | 2 puntos | 3 puntos   | 4 puntos |
| línea      | línea    | línea      | línea    |
| horizontal | vertical | horizontal | vertical |

Sigue una figura con cinco puntos y líneas horizontales.

Clave E

- 5
- 

Los cuadrados sombreados avanzan una posición

$\therefore$  La figura que falta es:

Clave D

- 6 Se observa que la parte no sombreada cambia a sombreada y viceversa.

La figura que falta es:

Clave A

- 7
- El horario de A; B; C y E varía de 9 a 12.
  - El horario de D varía de 6 a 9.

Clave D

- 8 La sombra avanza en sentido antihorario.  
 El punto es estático.  
 La cruz avanza de dos en dos.

Clave C

- 9 En cada fila, de un gráfico a otro hay alternancia de figuras.



Clave A

- 10 La primera fila.

2; 2; 3; 5; 8  
 $+0 +1 +2 +3$   
 $+1 +1 +1$

La segunda fila disminuye de uno en uno.

Clave B

- 11
- 

Clave C

- 12 Se obtiene una figura que es simétrica con respecto a un eje vertical en el plano.



Ejm.: La figura que se obtiene es C.

Clave C

- 13 En todas las figuras las líneas intersecan al cuadrado en el vértice o en el punto medio de su lado.  
 La figura que no corresponde es la D.

Clave D

- 14 Se observa que se alterna el sombreado.  
 La figura que falta es la B.

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO  
 NIVEL 1 (página 237)

- 1 De la primera a la segunda figura el número de partes divididos aumenta en 2.

Clave D

- 2
- 

Clave B



- 3 El número de cuadraditos aumenta de 2 en 2. (En blanco).

$$2 \times 3 - 1 = 5$$

$$5 \times 3 - 1 = 14$$

$$14 \times 3 - 1 = 41$$

Clave E

- 4 • Se observa que las flechas van cambiando a partir de la 1.<sup>ra</sup> (alternativa A) una, luego dos, y así sucesivamente.  
• Luego en la quinta figura solo 2 flechas cambian:

Clave E

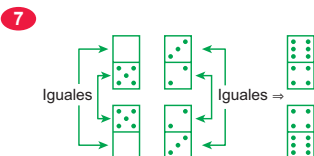
- 5 La figura que no corresponde es la de la clave E, las demás figuras giran en sentido antihorario.

Clave E



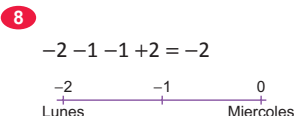
Cada triángulo se va dividiendo. La figura que continúa es la B.

Clave B



Cantidad total de puntos 10.

Clave D



Clave C

## NIVEL 2 (página 238)

- 9 • La figura se reduce.  
• Se sombrea la mitad vertical de la figura reducida.

Clave E

- 10 La alternativa E es una posición girada de la figura.

Clave E

11



Clave C

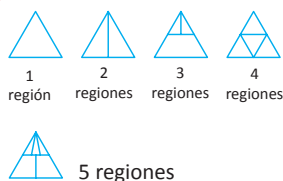
- 12 La figura que no corresponde es la alternativa A, la región triangular no está sombreada.

Clave A

- 13 Las sombras horizontal y vertical avanzan de uno en uno.

Clave C

14



Clave D

- 15 La relación es de lo que puede captar un sentido.

Clave D

- 16 Cada fila tiene una regla de sombreado.

Clave D

## NIVEL 3 (página 239)

- 17 • La cruz avanza de dos en dos.  
• El punto avanza de tres en tres.  
• La sombra avanza de uno en uno.

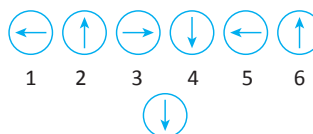
Clave D

- 18 La figura rota en sentido antihorario 45°. La figura que continúa es:



Clave C

19



La rotación de las flechas es de 90° en sentido horario.

La figura que no guarda relación es la 4.





Clave C



20 La figura que no corresponde es:



Clave D

21 , , y  giran una posición en sentido horario, en cambio  gira una posición en sentido antihorario. La figura que continúa es:



Clave D

- 22
- A es el espejo de D.
  - C es el espejo de B.

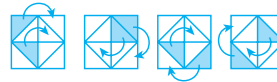
Clave E

- 23
- $-1 = \text{domingo} + 2$
  - $-3 = \text{domingo}$
  - $+2 + 1 - 1 + 2 - 1 = +3$



Clave A

24



La figura que sigue es:



Clave D

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor.  
RUC 20545774519  
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima  
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664 Fax: 330-2405  
E-mail: ventas\_escolar@edicioneslexicom.com  
www.editorialsanmarcos.com

Impresión:  
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván  
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.  
RUC 10090984344